

EPREUVE ORALE DE TIPE DE MATHEMATIQUES

ENS : PARIS LYON CACHAN

Coefficients : PARIS 8 LYON 1,5 CACHAN 2

MEMBRES DE JURYS : D. BESSIS, L. BONAVERO, S. MISCHLER, H. ZAAG

Il s'agit d'une épreuve orale commune aux trois ENS. Le candidat est d'abord invité à brièvement présenter son travail, puis une discussion s'engage qui constitue l'essentiel de l'épreuve. Les examinateurs ont à leur disposition le document remis à l'avance par le candidat. Le principal critère d'évaluation est la maîtrise par le candidat du contenu mathématique de son rapport. Pour s'assurer de cette maîtrise, le jury peut demander au candidat d'illustrer sur des exemples les concepts introduits et de présenter certaines démonstrations figurant dans le rapport. Le jury peut également poser quelques exercices simples en relation avec le sujet présenté.

Il est rappelé que l'épreuve de TIPE de mathématiques est, avant tout, une épreuve de mathématiques. Ainsi ni la recherche bibliographique et iconographique, ni la mise en perspective historique, ni l'implémentation effective d'algorithmes, ni le travail expérimental, ne peuvent pallier l'absence de contenu mathématique de certains rapports pourtant très soignés. Les candidats présentant des rapports pluridisciplinaires sont invités à prêter la plus grande attention au choix de la discipline dans laquelle ils présenteront leur travail. Il est bien sûr possible de présenter avec succès un sujet pluridisciplinaire devant un jury de mathématiques, mais cela nécessite que l'aspect mathématique du sujet soit réel et que le candidat en ait une bonne compréhension.

Une particularité de l'épreuve de TIPE est que le candidat choisit le sujet sur lequel il sera interrogé. En contrepartie, le jury s'attend à ce que le candidat soit capable de formuler précisément les définitions et théorèmes utilisés, même quand ceux-ci ne figurent pas au programme. Certains candidats ont choisi de présenter des rapports très ambitieux (théorie des distributions, théorème de Gödel, analyse non standard, grand théorème de Fermat, théorie de Galois différentielle) et s'aventurent bien au-delà du programme. Ce n'est pas interdit et quelques-uns ont su le faire brillamment. Mais de tels sujets sont pour le moins « dangereux » et la plupart des candidats qui les abordent se contentent d'effleurer un contenu mathématique qui les dépasse, comme s'ils s'imaginaient que le TIPE était une épreuve de vulgarisation, ce qu'elle n'est pas. Rappelons également qu'il n'est absolument pas nécessaire de s'éloigner beaucoup du programme pour présenter des sujets riches, originaux et intéressants et obtenir une excellente note.

Pour les sujets comprenant une part de modélisation, il est attendu du candidat qu'il comprenne l'heuristique des modèles présentés, qu'il sache analyser les résultats obtenus et discuter de leur pertinence. Par exemple, dire que le modèle de Lotka-Volterra ou l'équation logistique sont

« arbitraires » n'est pas une justification satisfaisante et l'on attend du candidat qu'il sache commenter un peu plus finement les hypothèses et simplifications sous-jacentes.

Concernant les rapports remis par les candidats, le jury regrette une certaine tendance « inflationniste » : de nombreux rapports sont beaucoup trop longs et ne tiennent aucun compte des consignes officielles. Certains vont jusqu'à comporter des « suppléments », dont les candidats doivent savoir qu'ils ne seront pas lus. Outre les erreurs factuelles et les énoncés approximatifs, certains rapports incluent des notions et résultats que les candidats ont recopiés sans vraiment les comprendre, ce qui est fortement déconseillé. Mieux vaut s'en tenir à ce que l'on comprend, et le présenter clairement et dans le détail.

La liste ci-dessous reprend par thèmes les sujets les plus fréquemment présentés cette année par les candidats. Elle n'est donnée qu'à titre indicatif et les sujets choisis hors de cette liste sont particulièrement bienvenus.

1. Nombres premiers, tests de primalité.
2. Théorie des groupes finis (théorème de Jordan-Hölder, etc...).
3. Théorie de Galois et applications (à la résolubilité par radicaux d'équations polynomiales, ou à la constructibilité à la règle et au compas).
4. Théorie des graphes (divers sujets, comme les graphes de Moore, les graphes planaires ou le théorème des quatre couleurs).
5. Codes correcteurs d'erreurs.
6. Equidécomposabilité des polygones et des polyèdres.
7. Axiomatiques de la théorie des ensembles (axiome du choix, ou théorème de Gödel).
8. Résolution numérique d'équations aux dérivées partielles et applications (au trafic routier, aux systèmes proie-prédateurs, à la modélisation d'épidémies, etc...).
9. Générateurs pseudo-aléatoires.
10. Théorie de Galois différentielle (applications au calcul symbolique de primitives).
11. Théorie des distributions.
12. Les ondelettes et leurs applications (notamment à la compression d'images).
13. Théorie de la percolation et fractales.
14. Théorie des jeux.
15. Approximation polynomiale, courbes de Bézier.
16. La cartographie, étude des projections de la sphère sur le plan.
17. Géométrie projective.