EPREUVE ORALE DE TIPE DE MATHEMATIQUES

ENS : PARIS LYON CACHAN

Coefficients **: PARIS 8 LYON 1,5 CACHAN 2**

MEMBRES DE JURYS : D. BESSIS, F. LE ROUX, S. MISCHLER, H. ZAAG

Il s’agit d’une épreuve orale commune aux trois ENS. Le candidat est d’abord invité à brièvement présenter son travail, puis une discussion s’engage qui constitue l’essentiel de l’épreuve. Les examinateurs ont à leur disposition le document remis à l’avance par le candidat. Le principal critère d’évaluation est la maîtrise par le candidat du contenu mathématique de son rapport. Pour s’assurer de cette maîtrise, le jury peut demander au candidat d’illustrer sur des exemples les concepts introduits et de présenter certaines démonstrations figurant dans le rapport. Le jury peut également poser quelques exercices simples en relation avec le sujet présenté.

Il est rappelé que l’épreuve de TIPE de mathématiques est, avant tout, une épreuve de mathématiques. Ainsi ni la recherche bibliographique et iconographique, ni la mise en perspective historique, ni l’implémentation effective d’algorithmes, ni le travail expérimental, ne peuvent pallier l’absence de contenu mathématique de certains rapports pourtant très soignés. Les candidats présentant des rapports pluridisciplinaires sont invités à prêter la plus grande attention au choix de la discipline dans laquelle ils présenteront leur travail. Il est possible de présenter avec succès un sujet pluridisciplinaire devant un jury de mathématiques, mais cela nécessite que l’aspect mathématique du sujet soit réel et que le candidat en ait une bonne compréhension.

Une particularité de l’épreuve de TIPE est que le candidat choisit librement le sujet sur lequel il sera interrogé. En contrepartie, le jury s’attend à ce que le candidat soit capable de formuler précisément les définitions et théorèmes utilisés, même quand ceux-ci ne figurent pas au programme. Certains candidats proposent des sujets très ambitieux mais se contentent d’effleurer des notions qui les dépassent. Par exemple, aborder le théorème de Deligne-Serre sur les formes modulaires de poids 1 sans pouvoir illustrer les objets intermédiaires impliqués est le meilleur moyen de s’assurer une note médiocre. Pour prendre deux exemples plus courants, les candidats qui choisissent de parler de probabilité ou de statistiques doivent maîtriser les concepts de base qu'ils utilisent (variables aléatoires, indépendance, espérance etc.) ; ceux qui traitent de surfaces doivent en connaître la définition.

Pour les sujets comprenant une part de modélisation, il est attendu du candidat qu’il comprenne l’heuristique des modèles présentés, qu’il sache analyser les résultats obtenus et discuter de leur pertinence. Par exemple, dire que le modèle de Lotka-Volterra ou l’équation logistique sont « arbitraires » n’est pas une justification satisfaisante et l’on attend du candidat qu’il sache commenter un peu plus finement les hypothèses et simplifications sous-jacentes.

Quelques rares candidats ont choisi de présenter des théories « personnelles », généralement sur des sujets pompeux (« ordre et chaos », « autosimilarité »). Ce n'est pas interdit, mais fortement déconseillé, tout simplement parce que, d'expérience, ces travaux personnels sont généralement creux. Inventer des mathématiques nouvelles exige un recul et une maturité sans rapport avec ce qui est exigé des candidats, dont on demande, par contre, de l'esprit critique et de la rigueur.

Rappelons qu'il n'est absolument pas nécessaire de s'éloigner beaucoup du programme pour présenter des sujets riches, originaux et intéressants et obtenir une excellente note.

Le jury est heureux de constater que, dans l'ensemble, les consignes de longueur ont été mieux respectées que les années précédentes. Des rapports trop longs continuent hélas d'être présentés ; dans un cas, un rapport outrageusement long a valu à un candidat une note largement inférieure à celle qu'il aurait obtenu en respectant les consignes. Les « suppléments », joints aux rapports ou présentés le jour même de l'épreuve, ne servent à rien : ils ne sont ni lus ni pris en compte.

Dans l'ensemble, le niveau est très satisfaisant, et témoigne du travail que les candidats ont fourni pour s'approprier leur sujet. Certains rapports comportent de surprenantes erreurs factuelles, parfois imputables à la qualité des sources utilisées (ce qui n'excuse pas le candidat). Wikipedia est une source utile, notamment pour trouver d'autres références, mais mieux vaut ne pas s'y limiter : son contenu est souvent limité, et parfois faux. De même, il est dangereux de ne s'appuyer, par exemple, que sur un document historique (fût-ce le mémoire original de Galois) ou sur un livre d'architecture. Mieux vaut faire appel, au moins en partie, à des références modernes et solides.

La variété des sujets semble s'être appauvrie d'une année sur l'autre, tandis que le niveau s'est homogénéisé (effet wikipedia ?). La liste ci-dessous reprend par thèmes quelques sujets présentés cette année. Elle n'est donnée qu'à titre indicatif et les sujets choisis hors de cette liste sont particulièrement bienvenus.

1. Nombres premiers, tests de primalité (notamment AKS, un peu trop à la mode).
2. Théorie des groupes finis (représentations, méthode de Polya,…)
3. Théorie de Galois et applications (à la résolubilité par radicaux d'équations polynomiales, ou à la constructibilité à la règle et au compas).
4. Géométrie hyperbolique.
5. Géométrie projective.
6. Topologie algébrique (homologie, groupes fondamental, théorème de Borsuk-Ulam…)
7. Analyse complexe (théorème de Picard, fonctions holomorphes et méromorphes…)
8. Théorie des distributions, théorie de la mesure.
9. Equirépartition.
10. Equidécomposabilité des polygones et des polyèdres.
11. Cryptographie (notamment RSA).
12. Entropie.
13. Marches aléatoires.
14. Résolution numérique d'équations aux dérivées partielles et applications (aux systèmes proies-prédateurs, à la modélisation d'épidémies, etc…).
15. Générateurs pseudo-aléatoires.
16. Programmation linéaire (sujet sans doute un peu « léger »).
17. Approximation polynomiale, courbes de Bézier.

18. Sondages, systèmes de vote.
19. Théorie mathématique de l’Origami.