

---

## EPREUVE ORALE DE MATHEMATIQUES

ENS : CACHAN

*Durée : 45 minutes Coefficients : 12*

**MEMBRES DE JURYS : P.-H. CHAUDOUARD , A. DESOLNEUX , F. PLANCHON.**

---

L'objectif de cette épreuve était de sélectionner parmi les candidats admissibles ayant choisi l'option mathématique les plus à même de suivre un cursus soutenu à dominante mathématique avec une implication rapide dans des actions de recherche. Dans cette perspective, le jury a apprécié chez les candidats une bonne assimilation du programme des classes préparatoires, une certaine aisance technique, la capacité à mettre en forme des raisonnements et l'autonomie face à des situations nouvelles. *A contrario*, la mauvaise compréhension des théorèmes fondamentaux et les lacunes sur des points élémentaires ont été lourdement sanctionnées. Le jury a été satisfait du niveau général des candidats. Toutefois, il s'agissait d'un concours et pour donner à cette épreuve tout son poids, le jury n'a pas hésité à attribuer des notes faibles aux prestations les moins réussies.

La durée de la planche était de 45 minutes sans préparation. En début d'interrogation, le jury a souvent laissé le candidat réfléchir seul. Une fois que le candidat était rentré dans le problème, un dialogue pouvait s'instaurer. Le jury a souvent pu demander des précisions sur des raisonnements ou sur des énoncés de théorèmes. Certains candidats ont rechigné à répondre aux questions, ils ont ainsi manqué une occasion de se mettre en valeur.

Voici maintenant un ensemble de remarques sur des points mathématiques. Le jury a été surpris de constater des lacunes en algèbre élémentaire : la somme des racines  $n$ -ième de l'unité n'est pas toujours connue, le calcul de  $\cos(2\pi/5)$  présente parfois des difficultés insurmontables. L'arithmétique de  $\mathbf{Z}$  ou  $\mathbf{k}[X]$  est mal maîtrisée, elle est rarement appelée à bon escient. Les calculs matriciels à l'aide de matrices élémentaires ne devraient pas poser problème. Les matrices de permutation devraient être connues des candidats. En analyse, rares sont les candidats capables de justifier l'identification des coefficients d'une série trigonométrique normalement convergente aux coefficients de Fourier. Le lien entre régularité d'une fonction et décroissance des coefficients de Fourier n'est pas souvent fait. Le jury met en garde les candidats contre des connaissances mal assimilées : tel candidat cite le « principe des zéros isolés » mais est incapable de montrer qu'une série entière est développable en série entière en tout point de son disque (ouvert) de convergence. À ce sujet, le programme fournit une condition suffisante pour intervertir l'ordre de sommation d'une série double : les candidats n'y font jamais spontanément appel. Finalement, les parties du programme les plus mal assimilées sont généralement les équations différentielles et le calcul différentiel à plusieurs variables. Le théorème d'inversion locale donne lieu à des énoncés fantaisistes, les candidats hésitant entre une version locale et une version globale. La plupart des candidats n'a pas compris pourquoi les solutions maximales d'une équation différentielle sont définies sur des intervalles ouverts. L'étude qualitative d'un système différentiel autonome dans  $\mathbf{R}^2$  ou l'allure du champ de vecteurs associé sont des questions qui déroutent les candidats.