
**EPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES
ENS PARIS**

Durée : 1 heure Coefficients Filière MP 25 / Filière MPI 20

MEMBRE DE JURY : O. DEBARRE

**EPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES
ENS : PARIS – LYON – CACHAN**

**Durée : 45mn Coefficients PARIS Concours MP : 15 / Concours MPI : 10
 LYON 4
 CACHAN 8 Info 5**

MEMBRES DE JURYS : T. DUQUESNE, D. GABORIAU, P. GERARD

Selon les cas, les candidats se sont vus proposer un ou plusieurs exercices, qu'ils devaient résoudre sans préparation. Ils pouvaient, bien sûr, utiliser à leur guise une partie du temps de l'épreuve pour réfléchir à une stratégie, ou soumettre assez rapidement leurs idées à l'examineur.

Rappelons les principales qualités que le jury a cherché à déceler chez le candidat, qui peuvent être les signes d'une prédisposition à la recherche scientifique :

- La rigueur dans le raisonnement.
- L'autonomie, la pugnacité, l'originalité dans l'approche des exercices posés.
- Une bonne connaissance du programme, permettant de synthétiser des résultats issus de chapitres variés.
- La réactivité, par exemple dans la capacité à utiliser les indications données par l'examineur.

Dans la liste ci-dessus, il convient d'ajouter l'honnêteté intellectuelle, qui est la première des qualités demandées à un scientifique. Dans cet esprit, la mauvaise foi de certains candidats a été sévèrement sanctionnée.

Dans chacune des deux épreuves, le jury a apprécié les prestations de candidats très brillants, capables d'étonner l'examineur par leurs idées originales, la solidité de leurs connaissances et leur dynamisme. En revanche, le niveau moyen des candidats varie énormément d'une épreuve à l'autre : si celui-ci demeure très bon pour l'épreuve spécifique de l'ENS Paris, il est à peine satisfaisant pour l'épreuve commune aux trois ENS, où l'on a constaté une forte disparité entre les candidats. En particulier, trop de candidats ayant choisi l'option Informatique se sont révélés d'un niveau mathématique très insuffisant à l'oral.

Par ailleurs, le jury a souvent observé un manque d'aisance inquiétant dans les calculs, y compris les plus élémentaires ; bien plus, il semble que cette faiblesse se double chez beaucoup de candidats d'un certain mépris pour les « mathématiques calculatoires »... A ce sujet, il nous paraît nécessaire de rappeler que même les théories mathématiques les plus abstraites s'élaborent rarement sans faire appel au calcul, ne serait-ce qu'à travers l'étude préliminaire d'un exemple, qui peut être déterminante.

Certains candidats semblent effrayés par le moindre instant de silence. Insistons sur le fait qu'il n'est pas nécessaire de parler constamment pendant la durée de l'interrogation. En particulier,

certaines calculs peuvent se traiter silencieusement. En revanche, il est important de faire part à l'examinateur des fausses pistes que l'on a explorées, quitte à signaler pourquoi elles se révèlent fausses.

Voici quelques lacunes parmi les plus couramment observées :

Les candidats manquent de familiarité avec les calculs sur les entiers, que ce soit :

- avec les équations diophantiennes (trop de candidats n'ont jamais vu les solutions entières de $a^2+b^2=c^2$) ;
- avec les congruences ;
- avec le groupe des unités de $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ (un des rares groupes, pourtant, dont l'étude demeure au programme) ;
- avec la géométrie de \mathbf{Z}^2 dans \mathbf{R}^2 .

On observe aussi des carences en algèbre (réduite il est vrai à la portion congrue dans les programmes des classes préparatoires), et même en algèbre linéaire (pourtant la seule partie de l'algèbre qui reste au programme). En particulier, trop de candidats

- ne savent pas étudier une suite (u_n) définie par $2u_{n+1}=u_n+u_{n-1}$ (pourtant explicitement au programme) ;
- ne savent pas calculer l'aire d'un triangle dans le plan à l'aide des coordonnées des sommets ;
- ne connaissent pas l'effet d'un endomorphisme de \mathbf{R}^n sur les volumes.

D'une manière générale, les candidats sont peu familiers avec l'interprétation géométrique des notions d'algèbre linéaire qu'ils connaissent et se ``réfugient'' trop souvent dans les calculs.

Comme l'année dernière, un manque de pratique en topologie a été regretté. Par exemple, certains candidats n'hésitent pas à affirmer que l'espace des polynômes à coefficients réels de degré inférieur ou égal à un entier naturel donné est compact.

Les équations différentielles, elles aussi, continuent à être méconnues. Dans les aspects théoriques, peu de candidats sont capables d'énoncer correctement le théorème de Cauchy-Lipschitz et de l'appliquer à un problème donné. Dans la résolution pratique, la situation est pire encore : par exemple, la plupart des candidats ignorent totalement comment résoudre une équation scalaire du type $y'=f(y)$; souvent, cette ignorance s'accompagne d'un certain malaise lorsqu'il s'agit d'effectuer un changement de variable dans une intégrale simple, ce qui est cohérent, mais certainement pas satisfaisant !

Enfin, trop de candidats connaissent mal les séries de Fourier, qui sont pourtant un puissant outil d'analyse.

En conclusion, nous ne pouvons que constater, comme nos collègues des années précédentes, que mis à part quelques éléments brillants, beaucoup de candidats admissibles ont mal assimilé le programme des classes préparatoires, y compris dans ses points les plus élémentaires (algèbre linéaire et calcul différentiel en particulier). Nous sommes bien entendu conscients de la quantité de travail que représentent deux ou trois années de préparation d'un tel concours, ainsi que de la nervosité occasionnée par toute épreuve de ce type. Nous encourageons vivement les candidats à tester, tout au long de leur préparation, leurs connaissances sur des exemples simples, et, lors des épreuves orales, à adopter une attitude de recherche active, sans jamais céder au découragement.