Introduction

Le sujet de physique portait sur différents aspects du premier microscope qui, dans les années 1950, a permis de « voir » individuellement les atomes qui composent la matière. Ce microscope est constitué d'une pointe métallique très fine disposée dans une enceinte dont la paroi en verre, recouverte d'une couche phosphorescente, sert d'écran. L'enceinte contient de l'hélium à très basse pression. En appliquant une différence de potentiel de l'ordre de 1 500 V entre la pointe et l'écran, on établit dans l'enceinte un champ électrique qui est tellement intense à proximité de la pointe qu'il peut ioniser les atomes d'hélium qui passent à proximité. Les ions He^+ ainsi produits sont alors éjectés vers l'écran où ils forment une petite tache lumineuse. Comme le champ électrique microscopique est le plus intense au voisinage immédiat des atomes de la pointe, les ions He^+ sont majoritairement produits en face desdits atomes et l'image formée sur l'écran reproduit la structure atomique de la surface de la pointe.

Le sujet comporte quatre parties complètement indépendantes : dans la première partie, une étude de théorie cinétique des gaz permet d'établir le nombre d'atomes d'hélium arrivant sur la pointe par unité de temps, en négligeant tout effet électrique. Cette quantité est directement liée au nombre d'atomes ionisés par unité de temps et donc à la luminosité de l'image sur l'écran. La deuxième partie avait pour objectif de calculer l'effet du champ électrique sur le nombre d'atomes arrivant sur la pointe : l'atome d'hélium est globalement neutre, bien entendu, mais très légèrement polarisable, et donc sensible au champ électrique. La troisième partie s'intéresse à la trajectoire des ions He^+ vers l'écran et au grandissement et à la résolution du microscope : à cause des effets thermiques et quantiques, les ions ont une petite vitesse initiale au niveau de la pointe, et la tache de lumière sur l'écran qui correspond à un atome donné de la pointe a une certaine taille que l'on peut évaluer. Enfin, la quatrième partie permet d'étudier le processus d'ionisation lui-même en considérant des modèles simples de l'atome.

Le jury constate, encore une fois, que la grande majorité des candidats n'utilisent pas leur sens critique et écrivent et encadrent les résultats qu'ils obtiennent sans se demander si ces résultats ont un sens. On a vu beaucoup trop de copies où l'atmosphère terrestre a une épaisseur de 8,6 m et où, donc, la pression en haut de l'Everest est de 10^{-435} bar (ces candidats ont utilisé une masse molaire de 29 kg/mol au lieu de 29 g/mol) ; trop de copies où l'atome d'hydrogène a un rayon de 10^{-71} m et où, donc, l'énergie d'ionisation est de 10^{42} J (ces candidats ont oublié la masse dans l'expression du moment cinétique). On pourrait malheureusement multiplier les exemples. Il est évident qu'en temps limité et en situation de stress, tout le monde peut faire des erreurs de calcul. Il est cependant inacceptable d'écrire et d'encadrer des valeurs numériques aussi absurdes sur une copie. Les candidats qui arrivent à de tels résultats doivent soit rechercher et corriger leur erreur, soit, s'ils n'y arrivent pas, indiquer clairement sur leur copie que leur résultat est faux. Cette remarque ne s'applique pas qu'aux applications numériques. Aucun candidat ne devrait laisser passer une expression de la pression qui augmente avec l'altitude, un nombre de chocs d'atomes sur une surface qui n'est pas proportionnel au temps ou à la superficie, etc.

Un autre problème récurrent est celui de la présentation des copies. La correction d'une copie est une opération désagréable en soi et les correcteurs apprécient les copies bien présentées, aérées, lisibles, où les résultats et les étapes du raisonnement sont immédiatement repérables. Certains calculs sont impossibles à suivre parce que le candidat utilise indifféremment une minuscule ou une majuscule pour un symbole donné, ou ne sait pas dessiner les lettres grecques, ou écrit de la même manière ϵ (constante diélectrique) $\mathcal{E}$ (champ électrique) ou E (énergie).

Enfin trop de candidats ne connaissent pas leur cours (tout le monde aurait dû traiter les trois premières questions), ne maîtrisent pas le vocabulaire (« l'espace est isentrope ») ou négligent les questions qualitatives.

Première partie

En guise de question de cours, les questions 1.1.1 à 1.1.3 demandent de refaire l'étude classique de l'atmosphère isotherme et de mettre en évidence, sur cet exemple, le facteur de Boltzmann. Beaucoup de candidats éprouvent le besoin de passer une page entière à redémontrer avec moult détails la relation fondamentale de l'hydrostatique. Ce n'est pas nécessaire, cette relation est au programme et les candidats peuvent se contenter de l'énoncer avant de l'utiliser.

Par analogie avec ce qui précède, on demande aux candidats d'admettre dans les questions 1.2.1 à 1.2.6 la distribution de Maxwell pour les vitesses des atomes d'un gaz et de calculer des valeurs moyennes. Certains ont contourné le problème pour calculer la vitesse quadratique moyenne (1.2.3) et ont répondu en utilisant leurs connaissances de thermodynamique sur l'énergie interne d'un gaz parfait. Pourquoi pas. Pour calculer la valeur moyenne de la norme de la vitesse (1.2.5), il faut néanmoins passer par une intégrale en coordonnées sphériques dans l'espace des vitesses, ce qui n'est accessible qu'aux candidats capables de généraliser leurs acquis. De manière étonnante, beaucoup de candidats ont écrit des expressions comme $\int_{v_x}^{v_x+dv_x} f(u)\,du$ sans jamais les simplifier en $f(v_x)\,dv_x$. Presque personne n'a su remarquer, à la question 1.2.6, qu'il n'y a qu'une seule manière homogène de former une vitesse à l'aide des paramètres décrivant un gaz.

Le but des questions 1.3.1 à 1.3.5 était de calculer le nombre de chocs par unité de temps et de superficie sur une surface donnée. Il n'était pas nécessaire d'avoir fait les questions précédentes si on savait reconnaître dans $\int p(v)v\,dv$ la valeur moyenne de la norme de la vitesse, dont l'expression était donnée. Beaucoup ont eu du mal à manipuler les coordonnées sphériques de la figure page 4 parce que l'axe « zénithal » était penché. Le système est manifestement invariant par rotation autour de l'axe en pointillé, et l'angle ϕ doit bien sûr repérer une rotation autour de cet axe, et non une rotation autour d'un axe vertical non représenté. Dans la question 1.3.2, beaucoup ont nommé n (ou N, ou n^*) le nombre de molécules dans le volume dV. Le jury aurait nettement préféré une notation de type dn pour bien marquer qu'il s'agit d'un infiniment petit. Tout le monde a utilisé la loi des gaz parfaits sans remarquer, pour la plupart, que ce n'était qu'une approximation d'un gaz réel, approximation amplement justifiée par la faible pression régnant dans le microscope. Beaucoup de candidats ont donné le nombre de moles dans le volume dV et non le nombre de molécules. Les angles solides étant hors programme, la question 1.3.3 était difficile. On attendait *au moins* des candidats qu'ils remarquent que cette proportion doit être proportionnelle à dS, décroître avec r (et donc forcément en $1/r^2$, par homogénéité) et décroître avec θ (il est plus facile de viser si on est de face). Au lieu de cela, un bon quart des candidats a répondu froidement que 1/6 des particules allaient dans la bonne direction, parce qu'il n'y aurait que six directions différentes dans l'espace. À la question 1.3.5, il est exact que la dimension de n_c est $\mathrm{J}^{1/2}\mathrm{kg}^{-1/2}\mathrm{m}^{-3}$, mais cette réponse ne vaut rien.

1 Deuxième partie

Strictement parlant, la question 2.1.1 faisait appel à des notions hors programme, mais elle n'avait aucune incidence sur la suite et on pouvait la traiter soit par la méthode habituelle (il ne doit y avoir qu'un seul atome dans un volume cylindrique de base πd_{He}^2 et de longueur le libre parcours moyen), soit en utilisant astucieusement les résultats de la première partie (il y a $n_c \times 4\pi d_{\mathrm{He}}^2$ chocs par seconde sur un atome donné, d'où le temps moyen entre deux chocs, d'où, étant donnée sa vitesse moyenne, la distance moyenne parcourue.)

La question 2.2.1 était une simple application numérique. Bizarrement, beaucoup de candidats ont répondu à cette question et n'ont pas pris la peine de donner la valeur de n_c qu'ils ont nécessairement calculée et qui était demandée question 1.3.5. Plusieurs candidats pensent que l'on peut placer un « capteur » sur une pointe de 30 nm pour compter le nombre de chocs, ou que l'on peut mesurer la force due à la pression cinétique sur une telle pointe.

Calculer la force à la question 2.2.5 était facile avec les outils au programme : le problème est à une dimension, on modélise le dipôle par une charge $+q$ en $r+a$ et une charge $-q$ en r et on trouve immédiatement $p\partial_r \mathcal{E} \vec{u}_r$. Beaucoup de candidats qui avaient étudié des notions hors programme ont écrit que la force était $\vec{\nabla}(\vec{p} \cdot \vec{\mathcal{E}})$ et ont trouvé le double du résultat demandé ; l'expression qui précède doit être prise à $\vec{p}$ constant. Il ne sert à rien d'apprendre par cœur des formules hors programme que l'on comprend mal et qu'on n'a pas l'habitude de manipuler. Il était dit et répété que la polarisabilité de l'hélium augmentait le nombre de chocs sur la pointe. Beaucoup de candidats auraient évité des erreurs de calcul s'ils avaient vérifié, question 2.2.5, que leur expression de la force était bien dirigée vers la pointe et, question 2.2.6, que leur expression de l'énergie potentielle était bien une fonction croissante de la distance à la pointe.

Les candidats ont bien compris ce que représentait $\vec{C}$ (question 2.2.8) et beaucoup ont su donner une interprétation géométrique de a (2.2.9), mais, habitués aux potentiels en $1/r$, de nombreux candidats ont écrit que, puisque la force était centrale, la trajectoire était une conique. Non ; pas dans un potentiel en $1/r^4$. Dans le même ordre d'idée, beaucoup ont dessiné à la question 2.2.11 l'allure familière du potentiel effectif du champ newtonien, allure qui ne correspondait pas du tout à leur propre expression du potentiel effectif. La question 2.2.12 était difficile et peu de candidats l'ont traitée. Dans la fonction 2.2.14, il suffisait de dire que les atomes qui entraient en contact avec la pointe en présence d'un champ électrique étaient les atomes qui seraient rentrés dans une sphère de rayon a sans champ électrique, soit $4\pi a^2 n_c$.

Troisième partie

Afin de rendre les parties vraiment indépendantes, la question 3.2.1 redemandait l'expression du champ électrique qui avait déjà été demandée à la question 2.2.7. Il n'était pas utile de répéter deux fois le même calcul dans la copie ; un renvoi était suffisant. Le sujet demandait explicitement de simplifier les expressions pour rendre compte que $r_0 \ll R_e$. Le jury a donc compté faux les candidats qui répondaient que la différence de potentiel était égale à $\mathcal{E}_0 r_0 \big(1 - r_0/R_e\big)$.

Question 3.2.2, le jury a eu beaucoup de mauvaises réponses (ellipses et paraboles) concernant le nom de la trajectoire. Les candidats devraient savoir sans avoir besoin de réfléchir que, dans un champ newtonien répulsif, la seule trajectoire possible est l'hyperbole. Beaucoup ont écrit que l'expression générale de la courbe est $r = p/(1 - e\cos\theta))$. Cette expression n'est correcte que pour une origine des angles bien choisie. Ici, l'origine naturelle des angles est de prendre $\theta = 0$ à la position initiale de l'ion (d'ailleurs, beaucoup écrivent la relation fausse $r_0 = p/(1-e)$) et, pour cette origine, il faut utiliser l'expression générale $r = p/\big(1 - e\cos(\theta - \theta_0)\big)$. Dans la question 3.2.3, les examinateurs s'attendaient à ce que les candidats mettent cette expression générale dans la relation fondamentale de la dynamique, fassent tourner la manivelle, utilisent les conditions initiales, calculent les différents paramètres qui interviennent et retrouvent l'expression demandée. C'était donc une question calculatoire, peut-être d'un intérêt limité, mais très classique et qu'il faut savoir faire. Le jury a été agréablement surpris par deux candidats qui ont répondu à la question par une méthode originale qui utilise les coordonnées cartésiennes pour les vitesses et les coordonnées polaires pour les positions : on note $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ les axes fixes qui portent respectivement la vitesse radiale *initiale* et la vitesse normale *initiale*, et $\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{u}_x + v_y(t)\vec{u}_y$. En projetant la relation fondamentale de la dynamique sur ces axes, on a

$$m\partial_t v_x(t) = \frac{e\mathcal{E}_0 r_0^2}{r(t)^2}\cos\theta(t) \qquad \text{et} \qquad m\partial_t v_y(t) = \frac{e\mathcal{E}_0 r_0^2}{r(t)^2}\sin\theta(t).$$

En utilisant $r^2\partial_t\theta = C = r_0 v_t$, on peut intégrer une fois. On obtient

$$mv_x(t) = mv_n + \frac{e\mathcal{E}_0 r_0}{v_t}\sin\theta(t) \qquad \text{et} \qquad mv_y(t) = mv_t + \frac{e\mathcal{E}_0 r_0}{v_t}\Big(1 - \cos\theta(t)\Big).$$

Quand t devient grand, $\theta(t)$ vaut ψ et $v_y(t)/v_x(t)$ vaut $\tan\psi$, d'où le résultat. Bravo.

Extrêmement peu de candidats ont su faire correctement le développement limité de la question 3.2.5, ce qui est très étonnant de la part d'étudiants spécialisés en mathématiques. Partant d'une expression de la forme $(1+\epsilon)\cos\psi - \epsilon'\sin\psi = 1$, où $\epsilon = mv_t^2/(e\mathcal{E}_0 r_0)$ et $\epsilon' = mv_t v_n/(e\mathcal{E}_0 r_0)$ sont petits et du même ordre de grandeur, il fallait trouver ψ au premier ordre. ψ est manifestement petit ; une partie des candidats a négligé le ϵ devant 1 et a écrit $1 - \psi^2/2 - \epsilon'\psi = 1$ et donc $\psi = -2\epsilon'$, ce qui est physiquement impossible : cette expression signifierait que l'angle est *opposé* à la direction donnée par la vitesse tangentielle ! Une autre faction a décrété que $\cos\psi \approx 1$ et donc $\psi = \epsilon/\epsilon'$, ce qui est aberrant puisque le ψ final obtenu ainsi n'est même pas petit devant 1. La réponse correcte est évidemment $\psi \approx \sqrt{2\epsilon}$, le terme en $\epsilon'\sin\psi$ étant négligeable.

Les questions 3.3.1 à 3.3.8 ont en général été relativement bien traitées par les candidats qui les ont abordées. Étant données les incertitudes sur ce qu'on appelle le « diamètre typique » d'une tache, toutes les réponses correctes à un petit facteur numérique près ont été acceptées.

À la question 3.3.10, beaucoup ont correctement répondu que l'électron était la particule qui servait à imager le cristal, mais ont omis de dire d'où venaient les électrons. D'autres, qui avaient mal lu l'énoncé prétendaient que l'électron venait encore de l'ionisation de l'hélium.

Quatrième partie

Les questions 4.1.1 et 4.1.2 sont pratiquement des questions de cours. Beaucoup trop de copies arrivaient à $I = 27,2$ eV et encadraient ce résultat faux. Les candidats auraient dû connaître par cœur la valeur de $I = 13,6$ eV et réaliser qu'ils avaient fait une erreur.

Peu de candidats ont abordé les question 4.1.3 à 4.1.6, et le calcul était souvent entaché de petites erreurs. En particulier, beaucoup ont confondu le rayon de la trajectoire avec la distance OM.

Beaucoup ont confondu l'énergie potentielle avec le potentiel électrique à la question 4.2.1 et ont ajouté le terme $-\mathcal{E}x$ à l'expression donnée plutôt que $e\mathcal{E}x$.

Les questions 4.2.3 et 4.2.4 n'ont pas été abordées sérieusement.

Conclusion

Cette année, pour la première fois, l'épreuve de physique MP-MPI était commune aux trois ENS. Le sujet était très long, mais il était construit de façon à ce qu'un candidat connaissant son cours puisse répondre, assez rapidement, à un nombre significatif de questions. Cela n'a pas souvent été le cas, dans la pratique. Les meilleures copies ont, en général, abordé sérieusement trois parties (pas toujours les mêmes) et n'ont que peu touché à la quatrième. Les bonnes copies ont fait à fond deux parties. Les nombreux candidats qui ont essayé de grappiller dans les quatre parties ont en général (s'ils n'ont pas écrit trop de bêtises) une note autour de la moyenne. Ça ne permet pas de se distinguer en physique, mais l'admissibilité reste alors possible si on brille dans un autre épreuve.

Les applications numériques qui étaient demandées dans ce sujet étaient simples (multiplications, racines carrées). La plupart du temps, un simple ordre de grandeur était suffisant. Il aurait été très facile d'adapter le sujet pour qu'il soit faisable sans calculatrice, ce qui aurait permis de rendre l'épreuve plus juste et de vérifier que les candidats non seulement comprenne leur cours, mais aussi le connaissent. Cela aurait aussi évité qu'un candidat déclare que, dans le modèle de l'atmosphère isotherme, la pression en haut de l'Everest est de 37 266 Pa (on lui a compté faux). Si le sujet s'y prête, la calculatrice pourrait être interdite lors de l'épreuve de physique dans les années qui suivent.