

EPREUVE ORALE DE MATHEMATIQUES

ENS : CACHAN

Durée : 45 minutes Coefficient : 12

MEMBRES DE JURYS : F. PASCAL, V. BONNAILLIE-NOËL.

Lors de cette épreuve orale de mathématiques pour laquelle il n'y a pas de temps de préparation, le jury cherche à vérifier l'acquisition des connaissances et surtout à mesurer la capacité de réaction face à un problème le plus souvent nouveau et original. Rappelons que l'ENS de Cachan prépare aux métiers d'enseignant, d'enseignant-chercheur, de chercheur, d'ingénieur...

En ce qui concerne l'acquisition des contenus des programmes de classe préparatoire, le jury souligne le bon niveau général et une assez grande homogénéité. Il est très rare d'entendre un contre-sens ou un énoncé faux. Il convient d'ailleurs de souligner que l'étalement des notes reflète la volonté d'utiliser la grille entière plutôt qu'un jugement absolu sur la valeur intrinsèque des candidats.

Lorsqu'il s'agit de mesurer les capacités de réaction voire de créativité des candidats, les résultats sont moins homogènes. Certains candidats semblent complètement dépendants de l'examineur, d'autres incapables d'écouter les propositions qui leur sont faites ou d'en tirer parti, enfin certains s'enferment dans un mutisme qui ne facilite pas le déroulement de l'épreuve (rappelons qu'il s'agit d'une épreuve orale : écrire un début de solution correcte sur le tableau après un quart d'heure de silence absolu ne saurait satisfaire l'examineur). La difficulté, parfois très réelle, de certains exercices, doit permettre au candidat de montrer son aptitude à l'analyse du problème posé, à sa simplification (parfois à l'extrême), dans le but de progresser dans sa compréhension et dans l'éventuelle solution du problème de départ. Ceux qui ont su montrer leur autonomie dans l'attaque d'un problème, tout en tenant compte des remarques à bon escient, ont été généralement récompensés. Le jury est sensible à la clarté et la pertinence des arguments donnés par les candidats, qu'ils soient écrits ou oraux. Il est d'ailleurs inutile d'écrire au tableau un argument totalement justifié oralement, cela constitue plutôt une perte de temps. Enfin il est déconseillé aux candidats de montrer ostensiblement qu'un exercice ne leur plaît pas.

Concernant les mathématiques, les principaux résultats d'algèbre et d'analyse sont bien maîtrisés, cependant trop peu de candidats savent faire le lien entre différents domaines : une question d'algèbre peut se révéler être un problème d'analyse, une question d'analyse un problème de géométrie ; les candidats doivent s'habituer à ne pas ranger les objets étudiés dans des boîtes dont ils ne sauraient sortir. Le jury est également frappé par l'absence d'intuition de nature géométrique ou de la capacité à visualiser et/ou représenter par un dessin le problème considéré ou le cheminement de sa démonstration. S'il est vrai qu'un dessin n'est pas a priori une démonstration, il

permet, lorsque bien fait, d'aider à trouver le raisonnement conduisant au résultat et il est souvent plus proche de la démonstration qu'une succession de formules qui n'aboutissent pas et un long discours. La capacité à faire un dessin générique fait trop souvent défaut, alors qu'elle devrait être encouragée.

Le jury note que les problèmes liés à l'étude d'un système d'équations différentielles (donc du flot du champ de vecteur associé) semblent poser des difficultés apparentes insurmontables, notamment l'unicité des solutions à l'aide du théorème de Cauchy-Lipschitz. Plusieurs candidats ont découvert pendant l'épreuve que le produit matrice vecteur pouvait se voir comme une combinaison linéaire des colonnes de la dite matrice. Pour montrer qu'une matrice A est inversible, peu de candidats pense à estimer la norme de $A - Id$. Lorsqu'il s'agit de montrer qu'une matrice A est symétrique, définie, positive, il n'est pas nécessaire d'estimer les valeurs propres : le réflexe de calculer le polynôme caractéristique montre que les candidats n'ont pas conscience des difficultés pour résoudre un système non linéaire. Il semblerait que les candidats préfèrent souvent commencer par cette étude et cela dans le but d'éviter le calcul pourtant explicite du produit scalaire (Ax, x) . Le jury a été surpris de constater de nombreuses hésitations sur les propriétés élémentaires des fonctions trigonométriques réciproques, ne serait-ce que pour donner les domaines de définition ou de dérivabilité. Pour intégrer la fonction $x - a$ sur le segment $[a, b]$, les candidats ne pensent pas à prendre la primitive $(x - a)^2/2$ afin de simplifier les calculs : ceci montre un manque de pratique évident. Notons que l'intégration par parties ne sert pas uniquement à déterminer des relations de récurrences mais permet parfois de donner le calcul exact de l'intégrale (ex: intégrale du produit d'un polynôme par une fonction trigonométrique). Mentionnons également que l'étude d'une suite récurrente doit immédiatement inciter les candidats à étudier les points fixes de la fonction. Enfin, certains candidats oublient de vérifier les conditions de Schwarz pour déterminer des fonctions de plusieurs variables deux fois dérivables.

Rappelons que cette épreuve a lieu à l'ENS de Cachan et que les candidats doivent être présents à l'heure de leur convocation. Il semble également utile d'insister sur le fait que l'école est présente sur deux sites, l'un en région parisienne, l'autre sur le campus de Ker-Lann près de Rennes. Tous les postes ne sont donc pas affectés en région parisienne.