
EPREUVE ECRITE DE Mathématiques

ENS : PARIS - LYON - CACHAN

Coefficients : PARIS 5

LYON 4

CACHAN 5

MEMBRES DE JURYS : Stéphane Descombes, Benjamin Enriquez, Alain Grigis

Le sujet du problème portait sur les fractions continues et l'approximation d'un nombre réel. Les questions étaient assez élémentaires et réclamaient surtout de la rigueur dans le raisonnement et du soin dans l'exposition des démonstrations.

Il y a eu finalement 630 candidats qui ont remis une copie. La moyenne est de 9,41 avec un écart-type de 3,37. Seulement 30 candidats ont atteint une note supérieure ou égale à 15. Les autres notes se sont réparties de manière assez homogène entre 0 et 15.

Il y avait malheureusement quelques erreurs d'énoncés. La plus flagrante était à la question 12-1 où il fallait lire k_{n+1} au lieu de k_{n-1} . La plupart des candidats ayant abordé cette question ont rétabli l'énoncé correct. Les correcteurs ont été indulgents envers ceux qui ont visiblement été gênés.

Presque tous les candidats ont traité les 6 premières questions qui ne posaient pas de difficultés. Toutefois les meilleurs candidats se distinguent déjà par l'utilisation de raisonnements plus directs et l'emploi d'une rédaction plus brève et plus claire. Dans la question 5 certains candidats ont vu qu'il fallait montrer que toutes les convergentes impaires sont inférieures à toutes les convergentes paires, même si la question était posée de manière un peu ambiguë.

La question 7 a bien étonné et bien déçu les correcteurs. Les trois quarts des candidats l'ont sautée. Une bonne partie des autres ont montré qu'ils ignoraient la définition d'une fraction irréductible, notion qui s'enseignait naguère à l'école primaire. Finalement peu de candidats utilisent l'identité de la question 3 et invoquent Bézout ou, mieux encore, refont la démonstration en montrant que si l'entier d divise p_n et q_n il divise 1 donc il est égal à 1 et la fraction est irréductible. Certains candidats ont montré que l'expression de x en fraction continue se ramène par le calcul à une fraction irréductible, mais ils oublient de montrer que ce calcul donne bien p_n / q_n et non une autre fraction équivalente.

Les questions 8, 9 et 10 ont été traitées par presque tous les candidats. Dans la question 8 il y avait une petite erreur d'énoncé car 1 n'a qu'un développement.

La question 11 n'a été résolue que par un candidat sur cinq alors qu'une récurrence assez simple suffisait.

On a déjà parlé de la question 12.1 qui a été résolue par les bons candidats qui savaient utiliser correctement la division euclidienne de k_n par k_{n+1} .

Dans la question 12.2 les candidats exposent correctement l'algorithme de développement de x en fraction continue. Mais très peu savent utiliser la question 12.1 pour montrer que l'algorithme s'arrête. Enfin très peu de candidats utilisent correctement les questions 8 et 11 pour dire que x admet deux représentations.

La question 13.1 a été résolue par les candidats qui l'ont abordée. Pour la question 13.2 il fallait utiliser la question 4 pour montrer que $x_{2n} - x_{2n-1}$ tend vers zéro. Trop de candidats ont montré leur ignorance de la définition correcte des suites adjacentes. Moins de cinq candidats ont résolu 13.3 qui était la question la plus difficile du problème. Par contre, la question 13.4 était facile et a été bien traitée.

Beaucoup de candidats ont traité la question 14. Pour obtenir le maximum de points il fallait donner l'approximation de π par $355/113$ avec un encadrement correct.

La question 15 a été peu abordée et souvent de manière très approximative. Les candidats pressés par le temps ne démontrent plus correctement ce qu'ils devinent. Là encore il y avait une erreur d'énoncé regrettable, car les coefficients des équations du second degré trouvées sont entiers mais pas forcément positifs. Ceci a été vu par certains candidats.

La question 16 était facile et a permis à quelques candidats de grappiller des points.

La question 17 était de bon sens si on pensait à utiliser 13.4. Pour la question 18.1 plusieurs candidats n'ont pas vu qu'il s'agissait de résoudre un système linéaire. De toute façon à ce stade il n'y a plus beaucoup de candidats encore lucides.

En conclusion, plus que les connaissances accumulées c'est l'habitude de raisonner sainement et de rédiger clairement qui permet de se distinguer face un tel problème.