
EPREUVE ECRITE DE MATHEMATIQUES

ENS : PARIS - LYON - CACHAN

Coefficients : PARIS 5 LYON 4 CACHAN 5

Membres de jurys : J.-F. AUJOL, D. BRESCH, St. DESCOMBES,
B. ENRIQUEZ.

Le problème de cette année portait sur les équations aux dérivées partielles issues de la théorie de viscosité. Il ne contenait pas de difficulté importante. Il y a eu quelques très bonnes copies, mais le niveau général était décevant.

Une remarque préliminaire : le problème était certes inspiré par une situation physique, mais il s'agissait bel et bien d'un problème de mathématiques. Certains candidats ont cru bon de donner des réponses s'appuyant sur des arguments physiques. Cette intuition peut certes être très utile à la résolution d'une question mathématique, mais ne remplace pas une réponse rigoureuse. Les candidats qui pensent qu'elle peut en tenir lieu montrent une profonde méconnaissance du mécanisme de la modélisation : après avoir posé un modèle, on en tire les conséquences mathématiques, que l'on confronte alors à la réalité physique ou expérimentale, ce qui permet éventuellement d'invalider le modèle, ou en tout cas de préciser son domaine de validité. Il est clair que si la phase mathématique est remplacée par des raisonnements "physiques", aucune confrontation ne peut avoir lieu et on ne peut trouver les limites d'application du modèle. Ceci pour expliquer l'importance des mathématiques pour des étudiants prioritairement intéressés par la physique.

Passons au détail des questions.

A1) question facile, en general bien traitée.

A2) question bien traitée seulement par une petite minorité de copies, ce qui est anormal chez des étudiants physiciens : la plupart ont oublié la variation des bornes de l'intégrale. Il y a eu quelques réponses "physiques" très imprécises

A3) conséquence de A1), en général bien traitée.

A4) cette question ne pouvait être traitée correctement que par les étudiants ayant compris A2). Ce qui n'a pas empêché un grand nombre de donner des réponses aboutissant au résultat sans justification suffisante

B1) en général bien traitée, mais on a aussi vu des réponses très décevantes

B2) en général bien traitée

B3) Il fallait prendre la primitive de l'équation trouvée en A2), ce qui n'a été fait que dans les meilleures copies. Un certain nombre de candidats ont compris la question comme étant "p'(x) est la fonction nulle ssi h(x) est la fonction constante h*", ce qui la rendait triviale ainsi que la question suivante.

B4) Trouver l'expression de h* nécessitait d'avoir compris la question B3). On pouvait traiter la deuxième partie de la question directement, ce qui a été fait dans un certain nombre de copies.

B5) en général bien traitée en s'appuyant sur l'inégalité de Cauchy-Schwarz, mais certains candidats ont écrit des énormités (comme $\int (fg)(x)dx \int h(x)dx = \int f(x)dx \int (gh)(x)dx...$)

B6) question facile mais peu traitée (essentiellement par les candidats ayant compris la question B3)

B7) il fallait faire une intégration sans se tromper dans les calculs. Quelques candidats sont arrivés au bout sans erreur

B8) question facile

C1) en général bien traitée

C2) beaucoup de solutions ont fait appel au discriminant d'un trinôme, sans voir que ce discriminant ne les renseigne pas sur l'appartenance des racines à un intervalle donné. D'autres ont fait fausse route en s'intéressant à l'annulation de dérivées de u(x, y). Un certain nombre de bonnes réponses.

D1) question très facile, en général bien traitée. Certaines réponses étaient que c/d devait différer de certaines valeurs prises par une fonction de x, ce qui n'était pas admissible.

D2) en général bien traitée; quelques réponses fausses, montrant que les intégrales élémentaires peuvent poser des problèmes.

D3) beaucoup de bonnes réponses à cette question élémentaire; un grand nombre ont exprimé h_*/h_1 en fonction d'autre chose que de delta.

D4) bien traitée par ceux qui avaient résolu D3).

D5) il fallait revenir à l'expression de p' en fonction de h , ce que n'ont fait que les meilleurs candidats. Beaucoup ont prétendu que p' restait borné en s'appuyant sur des considérations physiques assez obscures.

D6) certains sont parvenus au développement de $1/(x^3 + 1)$ et une petite minorité au calcul de l'intégrale.

D7) question peu traitée.

E1) peu de bonnes solutions à cette question difficile.

E2) beaucoup de ceux qui ont répondu à cette question ont commis la même erreur qu'en A2) (pas de prise en compte de la variation des bornes de l'intégrale)

E3) question difficile, qui n'a pas été traitée.

E4) les développements limités ont attiré l'attention de plusieurs candidats, avec parfois des réponses correctes.

Pour conclure, nous voudrions insister sur les atouts qui permettaient de faire une épreuve honorable : maîtrise des techniques de base du calcul intégral et différentiel, y compris à plusieurs variables, et des théorèmes de bases de l'analyse (Heine, Rolle).