ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES – CONCOURS PC

ÉNS : PARIS ET LYON

Coefficient : Ulm option physique : 20 ; Ulm option chimie : 16 ; Lyon : 4

MEMBRES DE JURYS : J. GERMONI, E. GRENIER, J.-C. SIKORAV, G. ZEGHIB

Sur les 232 candidats convoqués, 211 se sont présentés à l'épreuve. La moyenne s'établit à 11,6, l'écart-type vaut 3,5, la médiane est à 12. Les notes s'échelonnent de 4 à 18.

Les meilleurs développent une pensée cohérente et élaborée, ont des intuitions et les mettent en œuvre, convoquent des résultats du cours quand ils les pressentent utiles, bref, font de très bonnes prestations.
A l'inverse, on a vu des candidats pratiquement incapables d'articuler un raisonnement mathématique, heureusement ils ne sont pas nombreux.
Entre ces deux extrêmes, dans l'ensemble, les candidats sont assez bien préparés aux exercices standards : leurs réflexes techniques sont plutôt bons (voir cependant ci-dessous). En général, les exercices proposés ne sont pas très difficiles, mais ils peuvent être un peu hors du cadre habituel. Les réactions observées sont alors moins convaincantes que lorsqu'il s'agit de questions techniques.
Pendant l'oral, l'initiative est, autant que possible, laissée aux candidats, y compris s'ils se lancent à corps perdu dans des calculs. Il est donc conseillé d'avoir un regard critique sur ce que l'on est en train de faire, pour repérer au plus vite une impasse.
Certaines erreurs pèsent très lourd lorsqu'elles ne sont pas immédiatement corrigées : permuter aléatoirement les quantificateurs dans la définition d'une limite, proclamer que si une suite ne tend pas vers un réel, c'est qu'elle tend vers $\pm\infty$, etc.

L'utilisation des dessins mérite quelques commentaires. Les vertus d'un schéma pour faire naître l'intuition géométrique d'une situation –en algèbre linéaire, mais aussi en analyse– sont sous-estimées. L'idée qu'on peut faire un dessin d'un ensemble de matrices (dans un banal espace réel de dimension trois, pourtant) a bloqué certains candidats. *A contrario*, on a pu voir des candidats s'empêtrer dans le dessin : après y avoir trouvé une idée pour démarrer, ils ne parviennent pas à la formaliser ; ou bien, ils cherchent à y lire des informations manifestement trop fines (par exemple, comparer deux infiniment petits d'ordre 2).

Comme mentionné dans le rapport précédent, l'algèbre linéaire pose problème. Elle est considérée comme une matière très abstraite et très algorithmique, et aucune connexion avec la géométrie ne semble faite. D'un côté, la géométrie en dimension 2 ou 3 n'illustre pas la dimension n ; de l'autre, les notions théoriques (éléments propres, invariants...) ne semblent aider en rien pour la géométrie de petite dimension. Par exemple, la recherche des applications linéaires du plan (euclidien orienté) qui conservent les angles s'est révélée pratiquement insurmontable pour les candidats qui y ont été confrontés.

En analyse, les estimations "à vue" vont rarement de soi. Les manipulations d'inégalités sont en général très laborieuses, parfois circulaires, souvent sans but apparent. Les développements limités pèchent souvent : par manque de rigueur d'une part, rares sont les candidats qui gardent une trace de l'ordre de grandeur auquel ils développent ; par manque d'économie d'autre part, l'ordre auquel il faudrait aller est rarement anticipé. La notion d'équivalent est souvent mal comprise et donne lieu à bien des aberrations. L'idée qu'on peut traduire un équivalent (disons $f \sim g$, et $f > 0$ pour simplifier) par des inégalités (de la forme $(1-\varepsilon)f \leq g \leq (1+\varepsilon)f$) est oubliée ; l'idée qu'on peut en déduire une inégalité grossière (disons $g \leq 2f$), ce qui peut suffire pour des questions simples de convergence, n'est pas passée.
Beaucoup de candidats font encore mine de croire que si une fonction a une limite à l'infini, sa dérivée tend vers zéro. Ceux qui ont évité cet écueil redoutable semblent penser qu'alors, la dérivée seconde tend vers zéro.