SESSION 2011

Filière : 2^{nd} concours de l'ENS de Lyon

PHYSIQUE

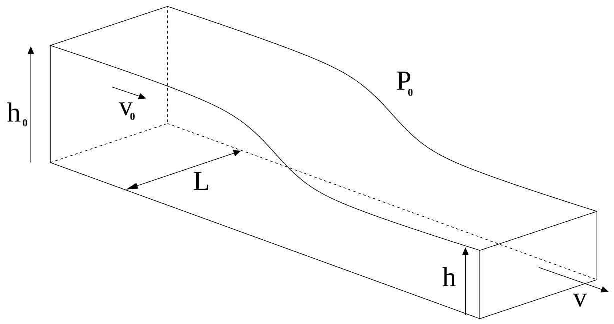
Durée : 3 heures

Ce livret comprend 5 pages numérotées de 1 à 5

L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé. Cependant, une seule calculatrice à la fois est admise sur la table ou le poste de travail, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.

Partie I - Exercice : Régimes d'écoulements fluviaux et torrentiels

Dans cette partie nous allons étudier l'écoulement d'un fluide parfait incompressible dans le lit d'un cours d'eau de largeur constante L. La vitesse est supposée uniforme dans une section du cours d'eau et l'écoulement est supposé stationnaire. En amont (respectivement en aval), l'épaisseur de liquide est h_0 et sa vitesse v_0 (respectivement h et v). L'écoulement est supposé laminaire.



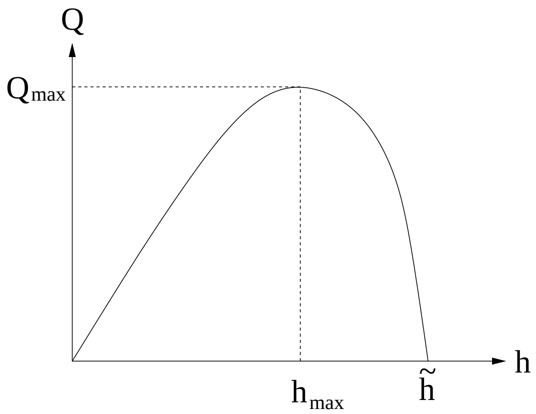
I.1. Qu'est-ce qu'un fluide parfait ?

I.2. Rappeler la relation de Bernoulli et ses conditions d'application.

I.3. En utilisant la relation de Bernoulli le long d'une ligne de courant qui longe la surface libre, exprimer la vitesse v en fonction de h, h_0 et v_0.
Justifier le choix de la ligne de courant.

I.4. On pose : $\tilde{h} = h_0 + v_0^2/2g$.
Quelle est la signification physique de la grandeur $\rho g \tilde{h}$?

I.5. Exprimer le débit volumique Q en fonction de h, $\tilde{h}$, g et L.
La figure ci-dessous donne l'allure de la courbe $Q(h)$ pour L et $\tilde{h}$ donnés.



I.6. Montrer graphiquement que pour un débit donné, il existe deux régimes d'écoulement. Ces régimes sont appelés fluvial et torrentiel. Les identifier sur le graphique.

I.7. Le cours d'eau passe entre les piles d'un pont, ce qui a pour effet de diminuer sa largeur L. Comment l'épaisseur de l'écoulement varie-t-elle entre les piles du pont ?

Partie II - Problème : Diffusion Thermique

Dans ce problème nous allons nous interesser à la diffusion thermique dans un milieu matériel. On utilisera les valeurs approchées suivantes des masses volumique ρ, conductivités thermiques λ, capacités calorifiques massiques c, supposées constantes :

	air	glace	eau liquide
ρ $(kg.m^{-3})$	1	1000	1000
λ $(W.m^{-1}.K^{-1})$	0.02	2	0.6
c $(J.kg^{-1}.K^{-1})$	1000	2000	4000

On donne enfin la chaleur latente de fusion massique de la glace : $L = 320.10^3 J.kg^{-1}$.

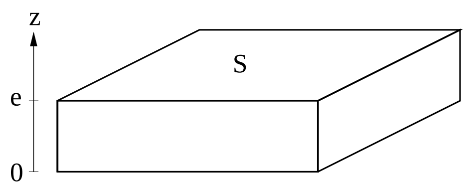
II.1. Donner la dimension de la grandeur D définie par : $D = \dfrac{\lambda}{\rho\, c}$.

II.2. Enoncer la loi de Fourier.

II.3. En faisant un bilan d'énergie sur un volume élémentaire, établir l'équation de la diffusion thermique dans un milieu matériel :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

II.4. On considère une tranche d'un milieu de conductivité thermique λ, de capacité calorifique massique c, de masse volumique ρ, de surface S et d'épaisseur e. La température en $z = 0$ (respectivement $z = e$) est supposée constante et vaut T_0 (respectivement T_e) et l'on notera Φ le flux d'énergie traversant le matériau par unité de surface. On suppose enfin que le système a atteint un état stationnaire.



Résoudre l'équation de diffusion pour exprimer le profil de température dans le milieu.

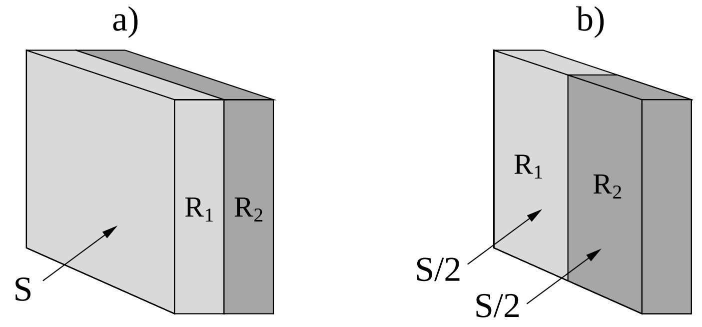
II.5. Il existe une forte analogie entre la diffusion thermique et les lois de l'électrocinétique. A quelles grandeurs thermiques les différences de potentiel, intensité du courant et résistance correspondent-elles ?

Exprimer l'analogue thermique de la loi d'Ohm et en déduire la définition de la résistance thermique.

II.6. On considère les deux situations représentées sur la figure ci-dessous. Dans les deux situations, l'état stationnaire est atteint et la différence de température entre les deux côtés de la paroi ΔT est constante.

- a) Un mur est constitué de deux plaques successives de matériaux de résistances thermiques R_1 et R_2. Quelle relation existe-t-il entre le flux d'énergie Φ_1 traversant le matériau 1 et le flux d'énergie Φ_2 traversant le matériau 2 ? En déduire la résistance thermique totale équivalente.

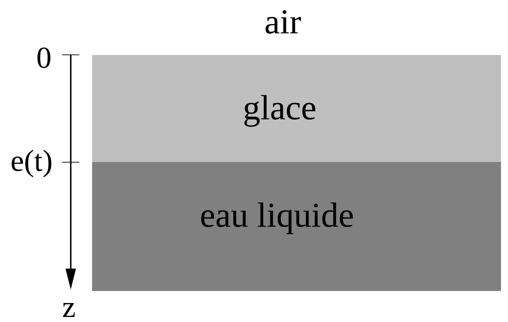
- b) Un mur est constitué de deux plaques contigües de matériaux de résistances thermiques R_1 et R_2. Exprimer le flux total en fonction de flux Φ_1 traversant le matériau 1 et Φ_2 traversant le matériau 2. En déduite la résistance thermique totale équivalente.



– c) Tracer les schémas électriques équivalents des situations précédentes.

⋆ ⋆ ⋆

Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution temporelle de l'épaisseur de la couche de glace à la surface d'un lac. Nous supposons que la température de l'air T_{air} est constante et inférieure à $0^{\circ}C$, et que la température de l'eau est toujours nulle $T_{eau} = 0^{\circ}C$. De plus, nous supposons que la variation temporelle de l'épaisseur est suffisamment faible pour que l'équilibre thermique se fasse dans la couche de glace (approximation des régimes quasi-stationnaires ARQS).



On note $e(t)$ l'épaisseur de la glace à l'instant t et l'on oriente l'axe z vers le bas avec pour origine la surface de la glace. On suppose que le premier cristal de glace apparaît à $t = 0$.

II.7. Exprimer le flux surfacique d'énergie Φ fourni par l'air à la masse d'eau. Commenter son signe.

II.8. La solidification de l'eau liquide en glace est-elle une réaction exo- ou endothermique ? Quelle est le signe de l'enthalpie de changement d'état associée à cette transformation ?

II.9. En faisant un bilan énergétique sur la couche de glace créée pendant une durée dt, montrer que l'épaisseur obéit à l'équation différentielle suivante où β est une constante que l'on exprimera en fonction des grandeurs physiques du problème :

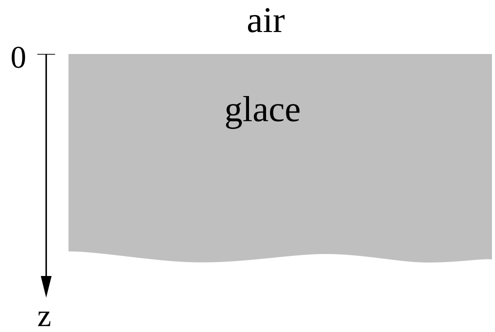
$$\frac{de}{dt} = \frac{\beta}{e}$$

II.10. Donner la solution de cette équation différentielle.

II.11. Un lac supporte le poids d'une personne pour une épaisseur minimale e_c. Combien de temps après le début du gel doit-on patienter pour pouvoir marcher sur le lac ? On donnera l'expression littérale avant de faire l'application numérique pour e_c=10 cm et $T_{air} = -10^{\circ}C$. Cette valeur est-elle réaliste ? On donne : 1 jour = 86400 s.

⋆ ⋆ ⋆

On considère dans la suite de l'énoncé que la couche de glace est désormais infiniment épaisse. Nous allons étudier les variations de température au sein de la glace lorsque la température de l'air, supposée uniforme, oscille selon l'équation : $T_{air} = T_0 + A\ \cos(wt)$. On introduira la variable $\Theta(z,t) = T(z,t) - T_0$.



II.12. A quelle équation $\Theta(z,t)$ obéit-elle ?

II.13. On cherche à trouver les solutions en régime permanent. On utilisera pour cela la notation complexe suivante pour résoudre l'équation de diffusion :

$$\underline{\Theta}(z,t) = \Theta_0\, e^{i\varphi}\, e^{i(\omega t - \underline{k} z)}$$

À l'aide des conditions aux limites, déterminer les constantes Θ_0 et φ.

II.14. Etablir la relation de dispersion.

II.15. En donner les solutions et discuter de leur signification physique.

II.16. En déduire l'expression réelle de $\Theta(z,t)$ (on introduira une longueur caractéristique ℓ). Comment ce type d'onde est-il qualifié ?

II.17. Tracer l'allure de $T(z,t)$ à un instant quelconque donné.
Comment peut-on lire la valeur de ℓ sur la courbe ?

II.18. Connaissez-vous d'autres expériences physiques où l'on obtient des solutions de ce type ?