UL244

SESSION 2003

Filière : 2ème concours – Concours F/S (Paris)

PHYSIQUE

(Epreuve commune aux ENS Ulm et Lyon)

Durée : 3 heures

Les calculatrices sont autorisées.

Tournez la page S.V.P.

Rayonnements entre le soleil et la terre

1- Loi de Planck

On définit un "corps noir" comme un corps idéal capable d'absorber intégralement tout rayonnement incident, quelle que soit sa longueur d'onde. Un corps noir émet un rayonnement isotrope dont le spectre ne dépend pas de la nature du corps, mais seulement de sa température. La loi de Planck donne la fonction universelle qui caractérise le flux spectral émis par un corps noir et peut s'écrire sous la forme

$$F_T(\lambda) = 2\pi \frac{hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}$$

Les valeurs des constantes fondamentales h (constante de Planck), k (constante de Boltzmann), et c (vitesse de la lumière) sont données en annexe.

Par définition de la fonction $F_T(\lambda)$, les radiations de longueurs d'ondes comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$ émises par l'élément de surface dS du corps noir transportent une puissance $F_T(\lambda)\, dS\, d\lambda$ vers le demi-espace extérieur.

Les courbes de la figure 1 représentent la fonction $F_T(\lambda)$ pour deux températures, 5800 K et 290 K. Elles donnent une approximation très élémentaire du rayonnement de la surface du soleil et de celle de la terre.

1-1 Montrer que la grandeur $F_T(\lambda)$ a une dimension conforme à la définition donnée ci-dessus. Le rapport $y = \frac{hc}{\lambda kT}$ compare deux énergies. Préciser la signification physique de chacune de ces énergies.

1-2 La position du maximum de $F_T(\lambda)$ en fonction de λ correspond à une valeur constante y_M du rapport y. A partir des deux courbes de la figure 1, estimer la valeur de y_M.

1-3 Donner l'expression de la dérivée logarithmique de la fonction de Planck. Vérifier numériquement que $F_T(\lambda)$ est maximum pour la longueur d'onde λ_M vérifiant $\frac{hc}{\lambda_M kT} = y_M$.
En déduire la relation $\lambda_M T = w$ (loi de Wien) et calculer la valeur numérique de la constante w.

1-4 Montrer que la puissance totale du rayonnement émis par unité de surface du corps noir est de la forme $M(T) = \sigma T^4$ (loi de Stefan) et donner l'expression algébrique de la constante σ en fonction des constantes fondamentales h, k, c et de l'intégrale suivante

$$I = \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}$$

On ne développera pas le calcul de σ et on admettra sa valeur numérique :
$\sigma = 5{,}67\ 10^{-8}$ watt $m^{-2}\ K^{-4}$

1-5 On peut caractériser la largeur de la fonction $F_T(\lambda)$ par l'intervalle $\Delta\lambda$ défini par

$$\Delta\lambda\ F_T(\lambda_M) = \sigma T^4$$

Montrer que $\Delta\lambda$ est proportionnel à λ_M, sans expliciter le facteur de proportionnalité.
On admettra le résultat $\Delta\lambda \approx 1{,}5\ \lambda_M$.
Faire un schéma indiquant ce que représente la largeur $\Delta\lambda$ (dite largeur "équivalente").

1-6 Justifier sans calcul le fait que l'essentiel de la puissance émise par le corps noir est rayonnée dans un intervalle spectral centré sur λ_M dont la largeur est de l'ordre de $\Delta\lambda$.
Caractériser le domaine spectral correspondant aux deux exemples de la figure 1.

2- Rayonnement solaire

En première approximation le soleil peut être modélisé par une sphère de rayon R_0 dont le rayonnement est assimilable à celui d'un corps noir de température T_0.
On donne $R_0 = 7\ 10^8$ m et $T_0 = 5770$ K.

2-1 Donner l'expression de la puissance totale P_0 du rayonnement émis par le soleil dans tout l'espace.

2-2 Décrire succinctement les phénomènes qui sont à l'origine de l'énergie du rayonnement émis par le soleil.
On prévoit que le soleil restera dans son état stationnaire actuel pendant environ 10^{10} ans.
Quelle fraction de sa masse le soleil aura-t-il alors perdu par rayonnement?
La masse du soleil est $M_0 = 2\ 10^{30}$ kg.

2-3 On appelle constante solaire S_0 la puissance moyenne reçue par une surface unité, éclairée en incidence normale par le soleil et située sur l'orbite terrestre.
Le rayon moyen de l'orbite terrestre est $R_t = 1{,}5\ 10^{11}$ m.
Donner l'expression de S_0 en fonction de T_0, R_0 et R_t. Calculer numériquement S_0.

2-4 Décrire brièvement une procédure expérimentale possible pour mesurer la puissance totale du rayonnement solaire reçue par unité de surface sur le sol terrestre (éclairement énergétique).

2-5 On enregistre la valeur maximum de l'éclairement énergétique, $S_t = 850$ watt m^{-2}, quand le soleil est au zénith et par très beau temps.
Expliquer qualitativement les raisons de l'écart entre S_0 et S_t.

3- Transfert du rayonnement solaire dans l'atmosphère terrestre

On fait ici l'hypothèse simplificatrice que l'atmosphère a une température uniforme $T_a = 250$ K et que l'air se comporte comme un gaz parfait de masse molaire $M_a = 29$ g mol^{-1}.

3-1 Etablir la loi de variation de la masse volumique ρ de l'air en fonction de l'altitude z sous la forme $\rho(z) = \rho(0)\exp(-\frac{z}{H})$. Expliciter l'expression de H et calculer sa valeur numérique.

3-2 Le gaz atmosphérique absorbe et diffuse le rayonnement qui le traverse. La propagation sur une distance élémentaire ds entraîne une atténuation du rayonnement direct qui s'exprime par

$$dP = -P\,\kappa_0\,\rho\,ds$$

où P est la puissance transportée par unité de surface normale à la direction de propagation.
Justifier par des arguments qualitatifs que l'atténuation est proportionnelle à la masse volumique et que le coefficient κ_0 peut dépendre fortement du spectre du rayonnement.

3-3 On considère le rayonnement du soleil qui a pénétré dans l'atmosphère à l'altitude $Z \gg H$ sous une incidence θ par rapport à la verticale. Etablir l'équation différentielle que vérifie la puissance transmise $P_\theta(z)$ dans l'atmosphère en fonction de l'altitude z.

3-4 Exprimer la puissance $P_\theta(0)$ reçue au sol en fonction de la puissance incidente $P_\theta(Z)$.

3-5 Comme en 2-5, on mesure au sol l'éclairement énergétique du soleil. La surface collectrice est toujours normale aux rayons du soleil, mais ceux-ci sont inclinés d'un angle θ par rapport à la verticale. Pour différentes valeurs de θ les mesures donnent les résultats suivants :

angle θ (en degré)	0	30	45	60	70
éclairement énergétique $P_\theta(0)$ (watt m^{-2})	850	790	700	540	370

Interpréter ces mesures en traçant la variation de $Ln[P_\theta(0)]$ en fonction de $1/\cos\theta$.
En déduire une évaluation de $P_\theta(Z)$. Discuter la précision et comparer la valeur obtenue de $P_\theta(Z)$ à la constante solaire S_0.

4- Températures au sol terrestre et dans la troposphère

4-1 La température moyenne du sol terrestre est $T_s = 288$ K. En supposant que le sol est uniformément à la température T_s et qu'il rayonne comme un corps noir, calculer la puissance totale M_s du rayonnement thermique qu'il émet par unité de surface.
Commenter la comparaison de M_s aux valeurs $P_\theta(0)$ de la puissance du rayonnement solaire reçu au sol.

4-2 A l'altitude z = 0 l'air est à la même température que le sol. Au dessus, dans la troposphère, la température diminue avec l'altitude z, jusqu'à z = 10 km environ (tropopause).
Expliquer le mécanisme qui entretient cette décroissance de la température.

4-3 En utilisant la propriété que l'entropie molaire de l'air est indépendante de l'altitude z, établir la relation $\frac{dLn(T)}{dLn(P)} = \frac{2}{7}$ donnant le rapport « adiabatique » reliant les variations de la température T et de la pression P de l'air en fonction de l'altitude z.
On rappelle que l'énergie interne d'une mole de gaz parfait diatomique est donnée par
$U = \frac{5}{2}RT$ où R est la constante des gaz parfaits.

4-4 Déterminer la pente $\frac{dLn(P)}{dz}$ au voisinage du sol à partir du résultat de 3-1. Déduire des résultats précédents l'expression de la dérivée $\frac{dT}{dz}$ de la variation de température avec l'altitude dans la troposphère. Calculer la température qu'on prévoit à l'altitude z = 9000 km à la base de la tropopause .

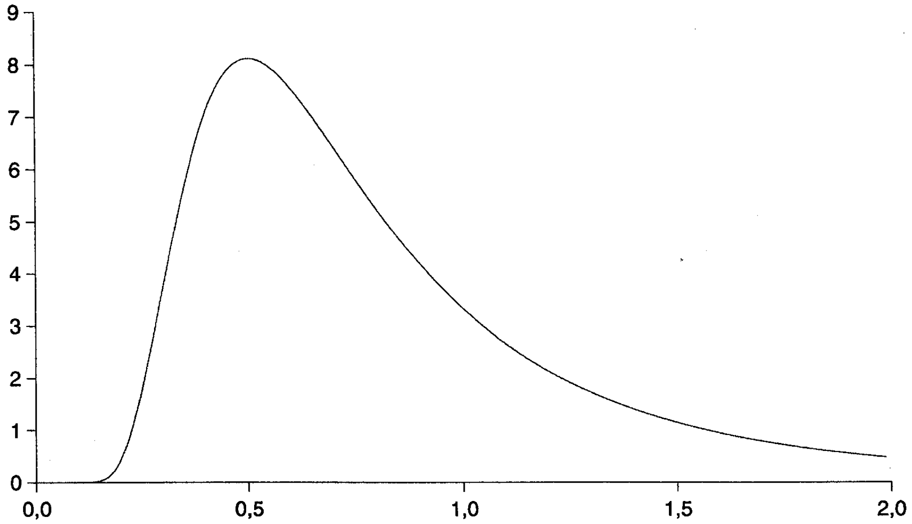
4-5 Expliquer brièvement pourquoi l'augmentation de la concentration du dioxyde de carbone dans l'atmosphère peut augmenter la température moyenne au sol.

Constantes fondamentales

vitesse de la lumière	$c = 299\,792\,458$ m.s^{-1}
constante de Planck	$h = 6{,}626\ 10^{-34}$ J.s
constante de Boltzmann	$k = 1{,}381\ 10^{-23}$ J.K^{-1}
nombre d'Avogadro	$N_A = 6{,}02\ 10^{23}$
constante des gaz parfaits	$R = kN_A = 8{,}31$ J.K^{-1}

Figure 1-a. Flux spectral d'un corps noir de température T= 5800 K

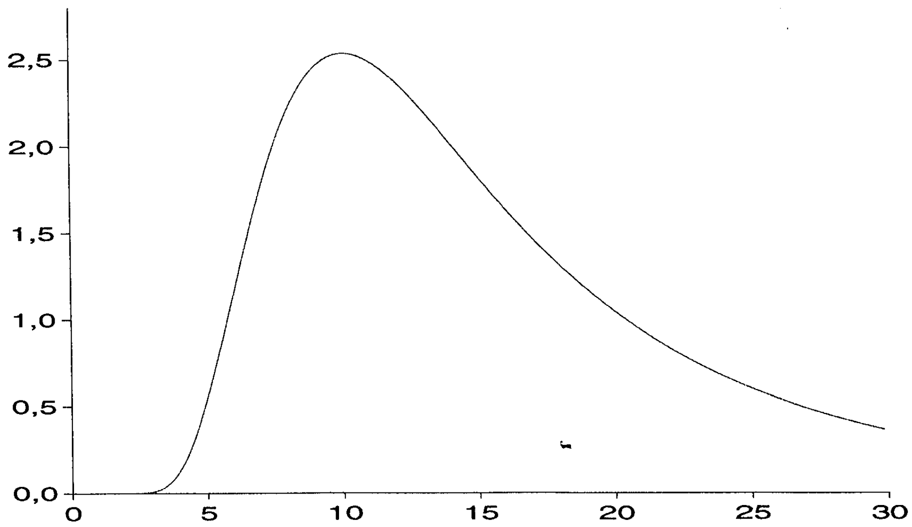
$F_T(\lambda)$ (unité 10^{13} watt m^{-3})



longueur d'onde λ (unité 10^{-6} m)

Figure 1-b. Flux spectral d'un corps noir de température T= 290 K

$F_T(\lambda)$ (unité 10^{7} watt m^{-3})



longueur d'onde λ (unité 10^{-6} m)