Rapport du jury de l'épreuve orale de mathématiques Filière PC – Concours 2013

François Brunault, Emmanuel Grenier, Luis-Miguel Rodrigues, Julien Vovelle

Comme les années précédentes, l'épreuve orale de Mathématiques s'est déroulée dans les locaux de l'ENS de Lyon, en parallèle avec les travaux pratiques de chimie. Il s'agit d'une épreuve de 45 minutes, sans préparation.

Le niveau global des candidats est satisfaisant : les points clefs du programme sont acquis, beaucoup de candidats sont vifs, entreprenants ; certains sont extrêmement brillants. Nous tenons toutefois à insister sur les points suivants, en vue de la préparation des candidats des futures années.

1. L'épreuve peut commencer par une question très simple (qui introduit le cadre de l'exercice par exemple) ou, plus souvent peut-être, par une question difficile. Dans tous les cas, un certain temps de réflexion, sans indications de la part de l'examinateur ou examinatrice, sera laissé au candidat ou à la candidate. Nous tenons à faire savoir qu'il n'est en aucun cas nécessaire de s'exprimer pendant ce temps : si les candidats trouvent plus facile de réfléchir et de se concentrer dans le silence, qu'ils le fassent ! Le dialogue avec l'examinateur ou examinatrice sera établi au moment opportun.
2. L'algèbre linéaire est bien maîtrisée, certains automatismes sont bien intégrés [1]. L'interprétation géométrique des objets est excellente chez certains candidats, on s'en félicite, mais reste à améliorer chez un grand nombre. On a pu noter en particulier que le lien entre la "recherche d'une équation réduite d'une conique, d'une quadrique définie par une équation cartésienne dans un repère orthonormal" et le théorème de réduction des endomorphismes symétriques n'est pas fait.
3. En analyse aussi l'aspect "géométrique" (on entend ici le simple fait de dessiner des graphes pour représenter des fonctions, mais aussi l'étude de courbes, en particulier des courbes intégrales d'un champ de vecteurs) est inégalement maîtrisé. Il semble que le dessin est rarement un auxiliaire du raisonnement. Dans le même ordre d'idée (à savoir montrer un esprit d'initiative dans l'utilisation d'outils simples), la mise en

1. Parfois trop ! On a vu plusieurs candidats démontrer que le "noyau" d'une application était réduit à $\{0\}$ pour justifier l'injectivité, quand l'application en question n'était pas linéaire

oeuvre d'une rapide étude de fonctions pour la démonstration d'une inégalité pose problème.

4. En analyse encore, on a noté d'une part une mauvaise maîtrise de la différentiation d'une application de $\mathbb{R}^d$ dans $\mathbb{R}^m$ $(d, m \geq 1)$. Au sujet des équations différentielles d'autre part, le théorème de Cauchy-Lipschitz est souvent mal énoncé et très mal compris. Signalons qu'on regrette, même si cela n'est pas explicitement exigible des candidats, la méconnaissance de l'interprétation d'une équation différentielle en termes d'association position – vecteur vitesse.

5. Terminons par la remarque qui nous semble devoir être la plus utile aux candidats à venir : la solution à un problème parfois difficile ne peut pas tomber toute seule. Pour la trouver on peut ou bien abstraire convenablement la question (exercice en soi fort difficile), ou bien se familiariser avec la question en la simplifiant. C'est une démarche qui ne s'invente pas le jour dit, mais à laquelle on peut s'entraîner tout au long de l'année de préparation, et qui s'appuie sur divers initiatives : traiter des cas particuliers, tester des exemples, faire des dessins, considérer les cas $n = 1$ ou 2 (n étant typiquement une dimension ou nombre de termes), faire le calculs de premiers termes, opérer une légère variation des hypothèses, etc.