ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Concours d'admission session 2014

Filière universitaire : Second concours

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 3 heures

L'utilisation de calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve.

⋆ ⋆ ⋆

Les parties I et II sont totalement indépendantes.

Partie I - Exercice : Miroirs sphériques

On étudie la réflexion d'un rayon lumineux par un miroir sphérique de centre C et de rayon R (positif pour un miroir concave comme convexe). L'axe optique coupe le miroir au sommet S. Un rayon lumineux issu d'un point A donne une image A' après réflexion sur le miroir au point I (de projeté sur l'axe optique H). Les angles orientés α, α', γ, i et i' sont indiqués sur la figure 1a.

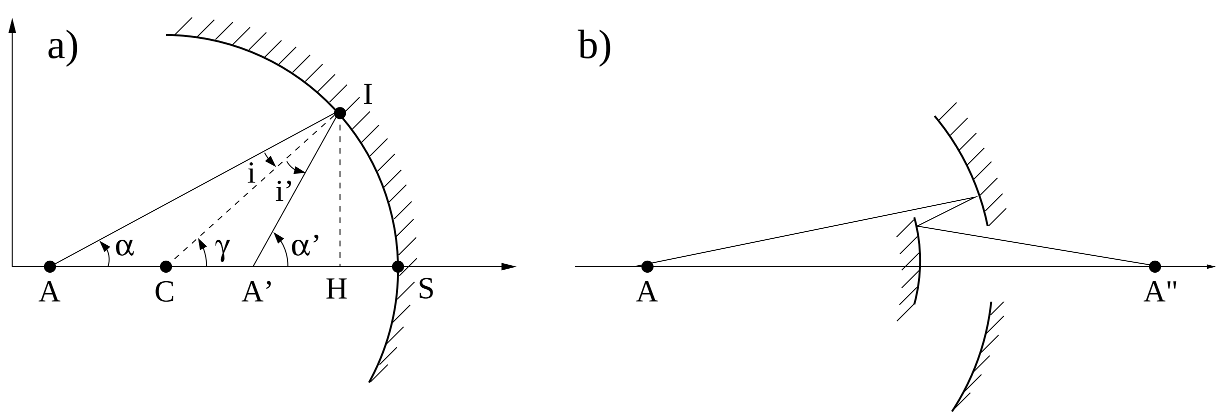

Figure 1 – Schémas des miroirs sphériques.

I.1. Quelle relation existe-il entre les angles i et i' ? (justifier).

I.2. Quelle relation existe-il entre les angles α, α' et γ ? (justifier).

I.3. Exprimer $\tan\alpha$, $\tan\alpha'$ et $\tan\gamma$ en fonction de $\overline{HI}$.

I.4. On se place désormais dans les conditions de Gauss.
Rappeler leur énoncé.

I.5. Vers quel point le point H tend-il ? En déduire la relation de conjugaison avec origine au sommet en faisant apparaitre R.

I.6. En déduire une relation entre $\overline{SA}$, $\overline{SA'}$ et $\overline{SC}$.

I.7. Rappeler la définition du stigmatisme.

I.8. Y a-t-il stigmatisme rigoureux ? approché ? Justifier.

I.9. On note désormais $x = \overline{CA}$ et $x' = \overline{CA'}$. Montrer que :

$$2\,x\,x' = R\,(x + x')$$

I.10. En déduire alors $1/x$ en fonction de $1/x'$.

On place désormais deux miroirs sphériques $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ de même centre C et de rayons R_1 et $R_2 = kR_1$ ($0 < k < 1$). Le rayon lumineux se réfléchit sur la face interne de $\mathcal{M}_1$, puis sur la face externe de $\mathcal{M}_2$. Une ouverture est réalisée dans $\mathcal{M}_1$ afin que le rayon forme sur l'axe optique une image A'' (voir figure 1b). On admet que la formule de conjugaison établie précédemment reste identiquement valable pour un miroir convexe.

I.11. Établir la relation de conjugaison du système optique.

I.12. En déduire la position du foyer image du système optique F''.

I.13. À quelle condition sur k le foyer image est-il situé après le miroir $\mathcal{M}_1$?

Partie II - Problème : machine thermique

Une machine thermique est constituée d'une roue verticale de diamètre D, en rotation, à la périphérie de laquelle sont régulièrement attachés N ballons remplis chacun de n moles d'hélium gazeux, considéré comme gaz parfait (figure 2 gauche). L'ensemble baigne dans l'air, assimilé à un gaz parfait, de température T_a uniforme, de pression $P_a(z)$ et masse volumique $\rho_a(z)$ variables avec l'altitude z (voir figure 2).

Le mouvement de chaque ballon se décompose en quatre transformations (voir figure 2 droite) :
— de l'état (1) à (2) : à altitude supposée constante ($z \simeq 0$), le ballon, en contact avec la source chaude, se réchauffe jusqu'à T_c=40 °C en se dilatant.
— de l'état (2) à (3) : le ballon s'élève alors que sa température reste inchangée.
— de l'état (3) à (4) : à altitude supposée constante ($z \simeq D$), le ballon, en contact avec la source froide, se refroidit jusqu'à T_f=20 °C en se comprimant.
— de l'état (4) à (1) : le ballon descend alors que sa température reste inchangée.

On suppose que le contact avec les sources de chaleur ne crée pas d'efforts mécaniques. La paroi des ballons est supposée souple (de raideur nulle) de sorte que la pression dans un ballon est identique à la pression ambiante. On supposera de plus que la température de l'air T_a est la moyenne de la température des sources chaude et froide.

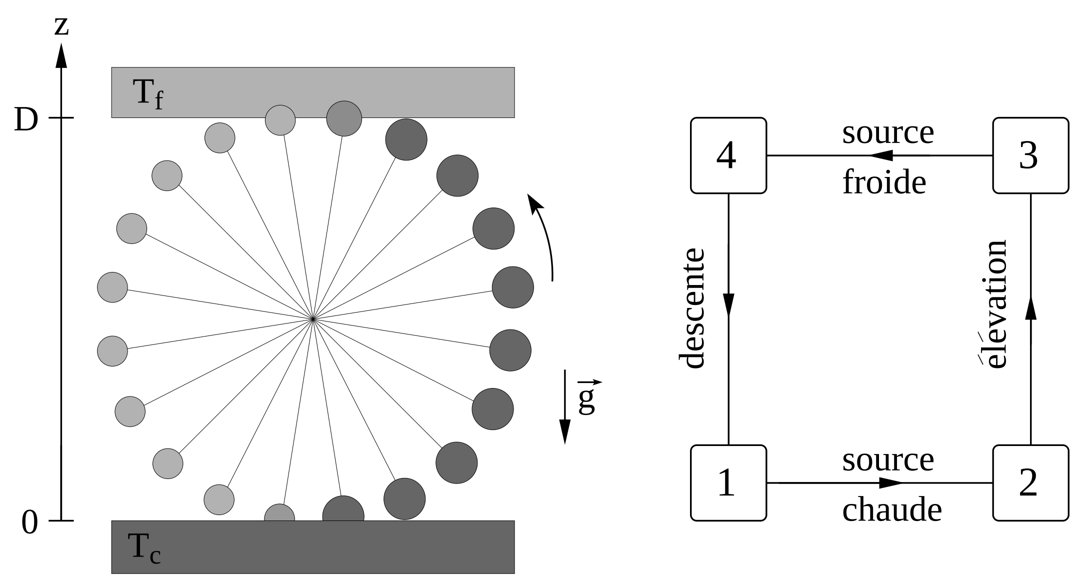

FIGURE 2 – Représentations de la machine thermique.

Pour les applications numériques, on utilisera les valeurs suivantes :

diamètre de la roue :	D	=	2 m
masse molaire de l'air :	M_{air}	=	29 g.mol^{-1}
masse molaire de l'hélium :	M_{He}	=	4 g.mol^{-1}
constante des gaz parfait :	R	=	8,31 J.mol^{-1}.kg^{-1}
accélération de la pesanteur :	g	=	9,81 m.s^{-2}
capacité calorifique massique de He à P constante :	C_p	=	3160 J.kg^{-1}.K^{-1}

Généralités

II.1. Pourquoi peut-on négliger les frottements visqueux ?

II.2. En faisant un bilan des forces sur un volume élémentaire cubique d'air au repos, retrouver l'expression du gradient de pression ambiante en fonction de ρ_a et g.

II.3. Monter alors que la poussée d'Archimède sur un ballon s'écrit : $\vec{f_\Pi} = -m_a\,\vec{g}$, où m_a est une masse à préciser.

II.4. Pendant quelle(s) transformation(s) cette force peut-elle produire un travail ?
Son travail sur un tour est-il nul ? Justifier qualitativement.

II.5. Pendant quelle(s) transformation(s) le poids peut-il produire un travail ?
Son travail sur un tour est-il nul ? Justifier qualitativement.

II.6. Les variations de volume d'un ballon engendrent de plus un travail des forces de pression extérieures.
Pendant quelle(s) transformation(s) ce travail existe-t-il ?
Son travail sur un tour est-il nul ? Justifier qualitativement.

II.7. Quel est le travail moteur que la machine peut espérer récupérer ?

II.8. Proposer une solution pratique pour récupérer cette énergie.

Atmosphère isotherme

Nous allons désormais étudier le cas de la machine thermique dans l'atmosphère isotherme (à l'équilibre thermodynamique) et établir dans un premier temps l'expression de la pression. On suppose connue la pression P_0=1 bar au niveau de la source froide ($z = 0$).

II.9. Donner l'équation des gaz parfait en variables P_a, T_a et ρ_a.

II.10. En déduire une équation différentielle sur $P_a(z)$.

II.11. Établir alors les solutions de l'équation différentielle sous la forme :

$$P_a(z) = P_0\,e^{-z/H}$$

où H est une constante à exprimer.

II.12. Calculer la valeur numérique de H et commenter.

II.13. À quelle condition la poussée d'Archimède sur un ballon de volume V peut-elle s'écrire : $\vec{f_\Pi} = -\rho_a V \vec{g}$?
Cette condition est-elle ici vérifiée ?

II.14. Exprimer alors la poussée d'Archimède pour un ballon lors de la transformation (2) $\rightarrow$ (3) en fonction de g, n, M_{air}, T_f et T_c.

II.15. En déduire son travail W_Π sur un tour.

II.16. Représenter le cycle d'un ballon dans le diagramme (P,T) et placer les états (1), (2), (3) et (4).

II.17. Représenter le cycle d'un ballon dans le diagramme (P,V) et placer les états (1), (2), (3) et (4).

II.18. Comment peut-on déterminer graphiquement le travail des forces de pression pour un ballon au cours d'un cycle ?

II.19. Exprimer le travail des forces de pression pour chacune des quatre transformations (noté $W_{1\rightarrow2}$ etc.) en fonction de n, R, T_f, T_c, D et H.

II.20. En déduire le travail des forces de pression W_P sur un cycle complet de la machine.

II.21. Quel travail est récupérable par la machine ?
Quelle énergie est fournie à la machine ?

II.22. En déduire le rendement. On donnera le résultat en fonction de C_p, g, D, T_f, T_c, M_{air} et M_{He}.

II.23. D'après la question précédente, le rendement calculé est-il toujours inférieur à 1 ? Commenter.

$\star \quad \star$
$\star$