

Second concours de l'ENS de Lyon - Session 2016

RAPPORT SUR L'ÉPREUVE ÉCRITE D'INFORMATIQUE

Membre du jury : Omar Fawzi

Le sujet portait sur la maximisation d'une fonction f de l'ensemble des parties de $\{1, \dots, n\}$ dans \mathbb{Z} . Il débutait par l'étude d'algorithmes d'énumération pour une fonction f générale, puis un algorithme glouton d'approximation pour les fonctions croissantes et sous-modulaires et enfin deux exemples de problèmes sur des graphes qui rentrent dans ce cadre général.

Partie I. La première question demandait aux candidats de calculer à la main le maximum de fonctions simples. Elle a été bien traitée par la majorité des candidats.

La deuxième question demandait d'écrire un algorithme pour une classe de fonctions pour lesquelles il suffit de trouver les k plus grands éléments d'une liste. Étonnamment, cette question algorithmique simple n'a été bien traitée que par la moitié des candidats.

La troisième question demandait de comprendre un algorithme d'énumération de tous les sous-ensembles de $\{1, \dots, n\}$. La majorité des candidats ont bien compris ce que faisait ce programme.

La quatrième question demandait d'analyser la complexité de l'algorithme d'énumération de la question précédente. Elle a été traitée par la majorité des candidats mais seul un petit nombre a réussi l'analyse complète. Les candidats ayant réussi cette question sont en général ceux qui ont obtenu les meilleures notes.

La cinquième question demandait d'écrire un algorithme d'énumération des sous-ensembles de taille k . Cette question était sans doute la plus difficile de l'épreuve, aucun candidat ne l'a traitée correctement. Quelques candidats ont proposé des algorithmes incorrects en général mais qui fonctionnent pour des petites valeurs de k ou encore écrit un programme explicitement pour k constant.

La sixième question demandait de prouver une borne inférieure sur le nombre de requêtes à f pour un algorithme correct. La plupart des candidats ont bien traité cette question, et certains ont donné une preuve très satisfaisante.

Partie II. La deuxième partie du sujet, plutôt orienté mathématiques discrètes, portait sur les fonctions sous-modulaires.

La septième question visant à familiariser le candidat avec la définition de sous-modularité avec des exemples simples. Elle a été bien réussie.

La huitième question demandait de prouver l'équivalence entre deux définitions de fonctions sous-modulaire. L'implication simple a été traitée par une majorité de candidats mais l'autre implication n'a correctement été traitée que par une copie.

La neuvième question demandait d'écrire un algorithme glouton et d'analyser sa complexité. Elle a été bien réussie.

La dixième question demandait de trouver une instance pour laquelle l'algorithme glouton est optimal et une autre pour laquelle il ne l'est pas. Aucun candidat n'a trouvé d'exemples pour lequel l'algorithme glouton n'est pas optimal même si certains ont donné des exemples qui ne sont pas sous-modulaires.

Les questions 11 et 12 demandaient de prouver que l'algorithme glouton renvoie un ensemble dont la valeur n'est pas trop éloignée de l'optimal. Malheureusement, aucun candidat n'a réussi cette preuve.

Partie III. La dernière partie, très peu traitée, visait à appliquer le cadre général pour des problèmes de graphes.

La question 13 demandait simplement de tracer un graphe et calculer une couverture maximale. Les quelques candidats qui ont traité cette question ont bien tracé le graphe mais le calcul du maximum a été moins bien réussi.

La question 14 demandait d'appliquer le résultat de la deuxième partie au problème de couverture maximale. Les quelques candidats qui ont abordé cette question l'ont bien réussie.

Les questions 15 et 16 sur le problème de coupe maximale n'ont presque pas été abordées.