

# Rapport sur l'oral de Mathématiques de ENS Lyon - MP - Session 2016

Gregory Ginot, Franck Sueur, Maxime Zavidovique

## 1 Commentaires d'ordre général

Commençons par rappeler le déroulement de l'oral type. L'examineur commence par dicter l'énoncé au candidat et le laisse réfléchir pendant une dizaine de minutes. Cette étape est primordiale à plusieurs égards. Tout d'abord, c'est à ce moment que le candidat doit s'assurer qu'il comprend bien l'énoncé, que tous les mots sont bien clairs, sinon il doit en faire part à l'examineur. C'est ensuite la phase de l'oral où le candidat peut probablement le plus faire preuve de créativité. On attend de lui qu'il soit réactif, teste quelques cas particuliers, éventuellement étudie des énoncés plus faibles... Ceci ne veut pas dire pour autant qu'il doit meubler à tout prix pour dire des choses qui ne seraient pas pertinentes. Quelques instants de silences ne seront pas reprochés au candidat.

S'installe enfin une période de dialogue, en fonction des situations, l'examineur guide le candidat en lui donnant des indications. Bien sûr le candidat n'est pas forcé de suivre ces indications même si il y est incité.

Parfois, l'examineur pourra poser des questions plus directes pour tester les connaissances du candidats ou pour revenir sur un point erroné du raisonnement de ce dernier. Une erreur ne sera que très rarement considérée comme réhibitoire. On attend en revanche que le candidat soit capable de faire preuve d'autocritique et que dans une démarche scientifique constructive, il puisse la corriger. Dans la même veine, même si au cours de la conversation le candidat peut avancer des idées vagues et faire part de ses intuitions, on attend de lui qu'il finisse toujours par développer une démonstration mathématiques complète et correcte.

Terminons par quelques remarques sur les exercices posés. Ils sont de difficultés et de natures très différentes. L'examineur en a tout à fait conscience et le prend en compte dans sa notation. Parmi les qualités appréciées chez le candidat, est la capacité à juger de cette difficulté. Il ne faut en aucun cas que le candidat désespère s'il ne trouve pas immédiatement la solution à l'exercice qui lui est proposé. Garder une attitude positive et chercher activement des angles d'attaque sont des aspects de l'oral grandement valorisés. On a constaté trop souvent des candidats qui restent muets en attendant que l'examineur donne une indication.

Certains candidats s'autocensurent parfois et se refusent à utiliser des notions hors programme. Gageons qu'un peu de culture mathématique ne sera jamais reprochée. Toutefois, le candidat devra faire preuve d'honnêteté intellectuelle et rester conscient qu'il risque d'être interrogé concernant toute notion qu'il évoque.

L'organisation du concours force à respecter un emploi du temps très précis. Une fois l'oral fini, le candidat doit quitter la salle rapidement.

## 2 Quelques exemples d'exercices commentés

### 2.1

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction  $C^\infty$ . Donner une CNS pour que la fonction  $\frac{f(|x|)}{|x|}$  soit de classe  $C^\infty$ .

Cet exercice d'apparence simple n'a pas toujours été bien traité. Bien sûr, le problème se situe en 0 et l'on attendait du candidat qu'il cherche immédiatement des conditions nécessaires en commençant par la dérivée

première puis en passant aux dérivées d'ordres supérieures. Le candidat pouvait aussi regarder ce qu'il se passe si  $f$  est développable en série entière tout en gardant à l'esprit que cela ne suffit pas à répondre totalement à la question. Enfin, une parfaite maîtrise des théorèmes du cours concernant la régularité des fonctions d'une variable réelle était la bienvenue.

## 2.2

Soit  $M$  une matrice carrée à coefficients entiers. On suppose que toutes les valeurs propres de  $M$  sont de module  $\leq 1$ . Montrer que toutes les valeurs propres non nulles sont racines de l'unité.

Montrer que si  $M$  inversible alors  $M \in GL_n(\mathbb{Z})$ .

Cet exercice est très différent du précédent, les attentes du jury en conséquence n'étaient pas les mêmes. Ici le candidat pouvait faire appel aux réflexes qu'il a acquis dans son étude de l'algèbre linéaire et de l'algèbre plus généralement. Il pouvait penser à étudier les puissances de  $M$ , faire le lien entre les valeurs propres des différentes matrices. Bien sûr, s'il n'y pensait pas il y était encouragé par l'examineur.