ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Concours d'admission session 2017

Filière universitaire : Second concours

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 3 heures

L'usage de calculatrices électroniques de poche, à fonctionnement autonome, non imprimante et sans document d'accompagnement, est autorisé.

⋆ ⋆ ⋆

Ce sujet comprend deux parties indépendantes, de poids inégaux. La première est un questionnaire. La seconde propose l'étude mécanique d'une spire soumise au champ magnétique produit par un aimant.

I - Questionnaire

On formulera les réponses aux questions posées de façon concise (quelques lignes), mais claire et précise. Il n'est pas attendu de justification ni de définition des éventuelles notations introduites.

1. Écrire l'équation liant la différence de potentiel entre les bornes d'un condensateur au courant qui l'alimente.

2. Représenter l'allure générale du diagramme de Bode d'un filtre passe bande. Parallèlement, donner l'aspect de sa réponse à un échelon.

3. Donner l'expression de la force de Coriolis.

4. Représenter le cycle de Carnot d'une machine thermique idéale.

5. Donner la formule de Fresnel relative aux interférences lumineuses.

6. Écrire la loi de Fick.

7. Définir la notion de tension superficielle.

8. Donner l'ordre de grandeur du module de Young de l'acier.

9. Indiquer la valeur du diamètre de la Terre.

10. Exprimer, en secondes, la durée d'une année.

II - Mouvement de translation d'une spire dans le champ magnétique d'un aimant

Nous nous proposons d'étudier le mouvement d'une spire circulaire, fermée sur elle-même, astreinte à se déplacer selon un axe ($\vec{e}_z$). Cette spire, de masse m, de résistance R et de rayon a, est soumise au champ magnétique $\vec{B}(\mathrm{M})$ créé par un aimant permanent modélisé par le moment magnétique $\overrightarrow{M} = M\vec{e}_z$ ($M \geq 0$), placé (fixé) au point O (voir figure (**1**)). Elle est repérée axialement par sa coordonnée $s = \overline{\mathrm{O}\Omega}$ qui est son seul degré de liberté.

Le fil constituant la spire est supposé tel que sa perméabilité magnétique est égale à celle du vide ($\mu = \mu_0$). Le poids de la spire et la force de frottement aérodynamique ne sont pas considérés.

Les vecteurs unitaires des bases directes sphérique ($\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi$) et cylindrique ($\vec{e}_z, \vec{e}_r$) sont définis sur la figure (**1**). Nous notons ρ (distance) et φ (colatitude) les coordonnées sphériques, z et r les coordonnées cylindriques d'un point M de l'espace. La surface de la spire est orientée par le vecteur $\vec{e}_z$.

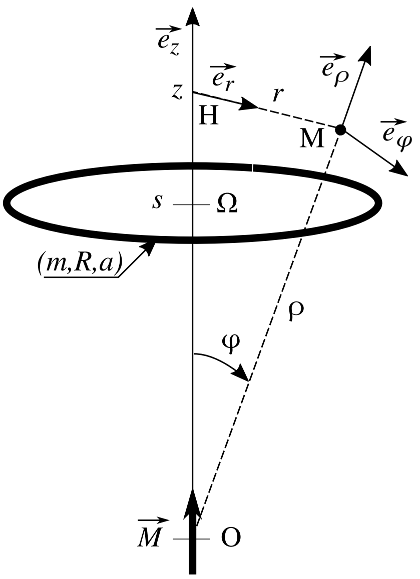

FIGURE **1** – Spire (m, R, a) en mouvement de translation selon l'axe du moment magnétique $\vec{M}$. La coordonnée s représente la variable de position de la spire.

La spire est lancée selon l'axe ($\vec{e}_z$) avec une vitesse initiale $v_0 > 0$, depuis une position initiale z_0,

II.A Analyse qualitative.

1. Rappeler l'unité du moment magnétique. Indiquer quel dispositif pourrait se substituer à l'aimant.
2. Reproduire la figure (**1**) en faisant apparaître quelques lignes de champ magnétique (illustratives) émises par le moment magnétique $\vec{M}$.
3. Illustrer graphiquement l'évolution du champ magnétique $\vec{B}(\mathrm{M}_0) \equiv B_0(z)\,\vec{e}_z$ lorsque le point M_0 parcourt l'ensemble de l'axe ($\vec{e}_z$).
4. Nous notons $\phi(s)$ le flux du champ magnétique à travers la spire dont la surface est orientée par le vecteur $\vec{e}_s$. Représenter qualitativement l'évolution $\phi = \phi(s)$ pour $s \in]-\infty, +\infty[$.
5. Supposons que la spire se déplace sans le sens croissant de z, dans le domaine $z > 0$. Indiquer, sur la figure tracée en réponse à la question (**2**), le sens du courant i qui parcourt alors la spire. On précisera le raisonnement conduit.
6. Toujours sur cette figure, représenter la force élémentaire $\mathrm{d}\vec{F}$ qui s'excerce sur une portion élémentaire $\mathrm{d}\vec{\ell}$ de la spire.
7. Analyser toutes les conséquences mécaniques de cette force.
8. Indiquer comment sont modifiées ces conséquences mécaniques par le retournement $\overrightarrow{M} \to -\overrightarrow{M}$, toutes choses égales par ailleurs.

9. Replaçons-nous dans la situation de la question (**5**). Si la spire était également libre de tourner autour de l'un de ses diamètres, son mouvement de translation s'accompagnerait-il de son retournement ? Cette réponse doit être argumentée et pourra s'appuyer sur une figure.

II.B Analyse quantitative.

Dans la base sphérique, le champ magnétique créé par l'aimant s'exprime :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi\rho^3}\left(2\cos\varphi\,\vec{e}_\rho + \sin\varphi\,\vec{e}_\varphi\right) \qquad (\mathbf{1})$$

10. Établir l'expression du champ dans le repère cylindrique, mais en conservant les variables ρ et φ.

11. Préciser à quelle condition le champ magnétique $\vec{B}(\mathrm{M})$, au point $\mathrm{M}(r,z)$, s'exprime sous la forme approchée :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi z^3}\left(2\,\vec{e}_z + 3\frac{r}{z}\,\vec{e}_r\right) \qquad (\mathbf{2})$$

Indiquer à quelle condition cette approximation est applicable en tout point M appartenant à la surface de la spire. Nous nous placerons dès lors sous cette condition.

12. Exprimer le flux $\phi(s)$ du champ magnétique à travers la surface de la spire.

13. Exprimer le courant i qui parcourt la spire.

14. Exprimer la force $\vec{F}$ subie par la spire.

II.C Trajectoire.

15. Nous posons $Z(T) = s(t)/a$ et $T = t/\tau$. Déterminer la constante τ telle que l'équation différentielle décrivant le mouvement de la spire s'écrive simplement :

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z}{\mathrm{d}T^2} = -\frac{7}{Z^8}\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}T} \qquad (\mathbf{3})$$

Dans la suite, nous poserons $V \equiv \dfrac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}T}$.

16. Établir l'équation différentielle vérifiée par la grandeur V^2. Analyser les variations de cette grandeur avec le temps adimensionnalisé T.

17. Par ailleurs, établir que l'intégrale première du mouvement se met sous la forme :

$$V - V_0 = \frac{1}{Z^7} - \frac{1}{Z_0^7} \qquad (\mathbf{4})$$

On précisera les expressions des position Z_0 et vitesse V_0 initiales adimensionnalisées, en fonction des grandeurs v_0, z_0, a et τ.

La figure (**2**) représente deux portraits de phase du mouvement de la spire correspondant à des vitesses initiales différentes, pour une même position initiale, déduits de l'équation (**4**).

18. En s'appuyant simplement sur le portait de phase (a), et tenant compte du résultat de la question (**16**), tracer l'allure générale de l'évolution $Z = Z(T)$ correspondant.

19. Faire de même pour l'évolution correspondant au portait (b).

20. Déduire des questions précédentes que, selon les conditions initiales, il existe deux régimes d'évolution possibles que l'on décrira.

21. Déterminer le critère, portant sur Z_0 et V_0, qui définit la frontière entre ces deux régimes.

22. Exprimer la vitesse initale $v_0^\star$ correspondant à ce seuil.

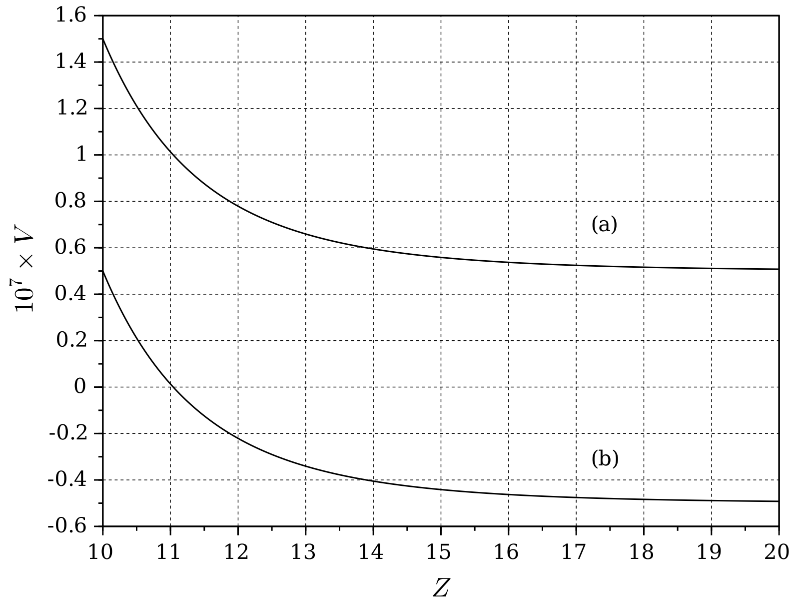

FIGURE **2** – Portraits de phase correspondant à deux conditions initiales en vitesse (pour une même position initiale).

23. En référence à la mécanique céleste, proposer un qualificatif de cette vitesse.

24. Nous supposons que la spire, après avoir été lancée, s'immobilise à la coordonnée (adimensionnalisée) Z_∞. En considérant l'équation (**3**) dans le voisinage de Z_∞, établir que la spire tend exponentiellement vers l'arrêt.

25. La spire est maintenant lancée vers l'aimant depuis $Z \to -\infty$ et avec une vitesse lui permettant de poursuivre sa trajectoire vers $Z \to +\infty$. Représenter qualitativement l'évolution $Z = Z(T)$ (ou $z = z(t)$).

26. Nous nous plaçons à nouveau dans le cadre initial de notre étude mais nous supposons que la spire est maintenant dans un état supraconducteur ($R = 0$). Nous notons L sont inductance. Établir l'équation différentielle dont la coordonnée s est solution. Caractériser la nature du mouvement. La comparer à celle qui a été précédemment étudiée.

⋆ ⋆
⋆