

**Épreuve écrite d'informatique**  
**Second concours sciences 2017 – ENS de Lyon**  
**Membre du jury : Colin Riba**

Le sujet portait sur la représentation d'ensembles disjoints par forêts, et sur l'étude de la complexité temporelle amortie de séquences d'opérations de création de singletons, d'union d'ensembles et de recherche de représentant. Il comportait des questions d'implémentation très simples, la difficulté concernant la complexité amortie, donnée par l'inverse d'une fonction à croissance très rapide (connue sous le nom de fonction d'*Ackermann*). Le sujet a été traité par 9 candidats. Il utilisait PYTHON comme langage de référence, mais les questions d'implémentation pouvaient être traitées en pseudo-code ou dans un langage au choix des candidats.

La première partie introduisait les notations et concepts généraux de complexité utilisés dans le sujet. La partie 2, très simple, concernait l'implémentation et la complexité temporelle d'une représentation naïve d'ensembles disjoints par forêts. Elle commençait par deux questions théoriques très simples sur la représentation de forêts par listes de noeuds, chaque noeud contenant un pointeur vers son parent dans l'arbre. L'implémentation des fonctions de création de noeud et d'union d'ensembles était imposée. L'implémentation de la recherche de représentant et d'une fonction auxiliaire pour l'union, ainsi que d'une fonction testant si deux noeuds appartiennent au même ensemble, était demandée aux candidats. Cette partie demandait ensuite de montrer que la borne temporelle en  $O(nm)$  (pour une séquence de  $n$  opérations portant sur une structure à  $n$  éléments) était atteinte, et introduisait une première heuristique pour améliorer cette borne, la *compression de chemins*. Cette partie a été globalement relativement bien traitée (plus de 6 points sur 9) par 3 candidats, plutôt mal traitée (moins de 3 points) par 1 candidat, et moyennement traitée par les 5 autres candidats. En particulier, les deux premières questions n'ont été totalement bien traitées que par 2 candidats. Les trois questions d'implémentation suivantes n'ont été totalement bien traitées que par 3 candidats. Les 3 questions suivantes sur la complexité temporelle (très simple) n'ont été totalement bien traitées par aucun candidat. En particulier, aucun candidat n'a correctement répondu à la question demandant de montrer que la borne en  $O(nm)$  est atteinte. En revanche, 5 candidats ont répondu correctement à au moins une des deux autres questions de complexité (un seul candidat a répondu correctement aux deux). Enfin, 3 candidats ont traité correctement la question demandant d'implémenter la compression de chemins.

La partie 3 était le coeur du sujet. Elle portait sur l'implémentation d'une seconde heuristique (l'utilisations de noeuds *classés* dans la représentation), et sur sa complexité amortie (utilisant l'inverse de la fonction d'*Ackermann*).

Elle était nettement plus difficile que la partie 2. Il est à noter que la difficulté était essentiellement technique, aucune idée n'étant réellement demandée aux candidats. Sur 17,5 points, un candidat a eu 12,5 points, les 8 autres ayant eu moins de 8 points, dont 5 avec strictement moins de 4 points. La première question de cette partie, une question d'implémentation très simple, a été bien traitée par 2 candidats. La question 3.2 portait sur des propriétés de la fonction d'Ackermann. Elle n'a été globalement relativement bien traitée que par 1 candidat. Les questions suivantes (3.3 à 3.7), établissaient des propriétés utiles à l'analyse amortie de l'algorithme par la méthode des potentiels. Elles ont été plus moins bien traitées par 3 candidats (ceux ayant eu au moins 6 points à cette partie). Enfin, sur les questions 3.8 à 3.13, portant sur le coût amorti de l'algorithme en lui-même, seuls 0,25 ont globalement été attribués (sur l'ensemble de tous les candidats).

La partie 4 contenait 3 questions très simples sur la fonction d'Ackermann, visant principalement à donner des ordres de grandeurs sur sa croissance. Elle a été relativement bien traitée par deux candidats (plus de 1 point sur 2), les autres ayant chacun eu au plus 0,4 points.

Globalement, le sujet a été plutôt mal traité par l'ensemble des candidats. Il était certes long, mais demandait peu de créativité. Les questions d'implémentation, toutes très simples, n'ont pas été très bien traitées. L'essentiel du sujet portait sur des questions théoriques, qui pouvaient être techniques, mais qui ne demandaient que d'appliquer directement des définitions données dans l'énoncé.