

## Second concours de l'ENS de Lyon - Session 2017

### Rapport sur l'épreuve écrite de mathématiques

Denis Serre

L'épreuve se composait de deux problèmes indépendants.

Le premier conduisait à la démonstration de la concavité de l'application  $S \mapsto (\det S)^{1/n}$  sur le cône des matrices symétriques définies positives, après avoir défini et étudié celui-ci. La preuve faisait intervenir l'inégalité arithmético-géométrique, qu'on démontrait au passage. Les trois meilleures copies ont traité cette partie en entier et correctement.

Le deuxième problème abordait le théorème de Brunn–Minkowski. Pour s'en tenir au niveau du concours, un bon Bac +2, on se limitait au cas des domaines du plan. Ce théorème dit que pour deux domaines quarrables (notion qu'on définissait)  $A$  et  $B$ , leurs aires et celle de  $A + B$  satisfont  $|A + B|^{1/2} \geq |A|^{1/2} + |B|^{1/2}$ . Cette partie demandait un peu plus d'autonomie de la part des candidats et, venant en second, a logiquement été moins bien traitée. Mais deux candidats, qui l'avaient abordée en premier, s'en sont assez bien sortis.

Sur 30 candidats qui avaient composé, il y a eu trois excellentes copies, et cinq bonnes ou très bonnes. Le jury a donc pu examiner suffisamment de candidats intéressants à l'oral. Traditionnellement, le niveau et le nombre de candidat fait du second concours une voie d'accès significative à l'ENS Lyon pour des étudiants mathématiciens, filles et garçons.

Une bonne copie n'est pas nécessairement longue. La concision peut même témoigner de la très bonne compréhension d'une question. Dans un concours, où la rapidité peut être un atout, il faut savoir aller à l'essentiel. Quelques mots bien choisis remplacent avantageusement la démonstration détaillée que  $E$  est bien un espace vectoriel ou que  $f$  est bien deux fois dérivable. En revanche, répondre à une question que c'est trivial témoigne d'un certain mépris : si la question est posée, il doit bien y avoir une raison. Il faut donc savoir doser la quantité d'explications dans une réponse. C'est à ce prix qu'on peut progresser en profondeur dans une discipline scientifique, quelle qu'elle soit.