

Épreuve écrite d'informatique
Second concours sciences 2018 – ENS de Lyon
Membre du jury : Colin Riba

Le sujet portait sur les arbres couvrants de graphes non-orientés pondérés. Il comportait 6 questions d'implémentation ainsi que 6 questions théoriques. Le sujet a été traité par 21 candidats. Il utilisait PYTHON comme langage de référence, mais les questions d'implémentation pouvaient être traitées en pseudo-code ou dans un langage au choix des candidats.

La première partie introduisait les notions de graphes utilisées dans le sujet et décrivait l'implémentation imposée des graphes pondérés par matrices d'adjacence. Cette partie contenait aussi une question très simple et deux questions préliminaires importantes.

— *Question 1.1.*

Cette question demandait de donner un arbre couvrant de poids maximal sur un exemple très simple.

— Moyenne : 0,95/1.¹

— 20 candidats ont eu 100% des points.

— 1 candidat a eu 75% des points.

— *Question 1.2.*

Cette question demandait une fonction qui décide s'il existe un chemin entre deux sommets d'un graphe, l'algorithme usuel de parcours de graphes en profondeur étant rappelé.

— Moyenne : 0,62/1.

— 5 candidats ont eu 100% des points.

— 7 candidats ont eu 75% des points.

— 4 candidats ont eu 50% des points.

— 5 candidats ont eu au plus 25% des points.

— *Question 1.3.*

Il s'agissait d'une question théorique, demandant de démontrer la « propriété de la coupe », outil de base pour raisonner sur les algorithmes de recherche d'arbres couvrants de poids maximal. La propriété mathématique à utiliser dans le raisonnement était donnée explicitement comme indication.

— Moyenne : 0,44/1.

— 6 candidats ont eu 100% des points.

— 4 candidats ont eu 75% des points.

— 11 candidats ont eu au plus 25% des points.

La seconde partie concernait l'algorithme de Prim pour la recherche d'arbre couvrants de poids maximal. Il s'agit d'un algorithme classique pour ce problème. Cette partie contenait une description de l'algorithme, trois

1. Les moyennes question par question indiquées ne prennent pas en compte de barème.

questions de programmation visant à implémenter l'algorithme et deux questions théoriques visant à en démontrer la correction. L'optique prise dans cette partie était de proposer aux candidats une version très décomposée du problème, de manière à arriver à des questions théoriques très détaillées et des questions de programmation portant sur des fonctions simples.

— *Question 2.1.*

Il s'agissait d'une question préliminaire demandant l'implémentation d'une fonction auxiliaire simple.

— Moyenne : 0,62/1.

— 10 candidats ont eu 100% des points.

— 3 candidats ont eu 50% des points.

— 8 candidats ont eu au plus 25% des points.

— *Question 2.2.*

Cette question, assez technique, demandait de démontrer un invariant de boucle servant de base à la preuve de correction de l'algorithme de Prim. La notation de cette question a été décomposée en 3, en suivant un découpage naturel de la propriété à démontrer. Sur l'ensemble :

— Moyenne : 0,27/1.

— 1 candidat a eu 75% des points.

— 5 candidats ont eu entre 50% (inclus) et 75% (exclus) des points.

— 5 candidats ont eu entre 25% (inclus) et 50% (exclus) des points.

— 10 candidats ont eu strictement moins de 25% des points.

— *Question 2.3.*

Il s'agissait pour cette question de démontrer la correction de l'algorithme de Prim, en utilisant l'invariant démontré à la question précédente. Le raisonnement nécessaire comportait une subtilité, non triviale à trouver en temps limité, qui était donnée en indication.

— Moyenne : 0,10/1.

— 1 candidat a eu 100% des points.

— 20 candidats ont eu au plus 25% des points.

— *Question 2.4.*

Cette question demandait l'implémentation d'une fonction auxiliaire simple.

— Moyenne : 0,75/1.

— 14 candidats ont eu 100% des points.

— 2 candidats ont eu 75% des points.

— 5 candidats ont eu au plus 25% des points.

— *Question 2.5.*

Cette question demandait l'implémentation de l'algorithme de Prim.

— Moyenne : 0,54/1.

— 7 candidats ont eu 100% des points.

— 5 candidats ont eu 75% des points.

— 1 candidat a eu 50% des points.

— 8 candidats ont eu au plus 25% des points.

La troisième et dernière partie portait sur l'algorithme de Borůvka. C'est aussi un algorithme classique, bien qu'il soit peut-être un peu moins connu que l'algorithme de Prim. De même que pour l'algorithme de Prim, cette partie donnait l'algorithme de Borůvka. Elle contenait deux questions théoriques visant à en démontrer la correction et deux questions de programmation visant à implémenter l'algorithme. Contrairement à la seconde partie, le problème n'était ici que peu décomposé : la question théorique principale (3.1) était peu détaillée et les questions de programmation portaient sur des fonctions non triviales.

— *Question 3.1.*

Cette question théorique demandait de démontrer un invariant de boucle pour l'algorithme de Borůvka. Le raisonnement demandait une astuce mathématique qui était donnée en indication.

— Moyenne : 0,10/1.

— 1 candidat a eu 75% des points.

— 20 candidats ont eu au plus 25% des points.

— *Question 3.2.*

Cette question théorique demandait de démontrer la correction de l'algorithme de Borůvka en utilisant l'invariant démontré à la question précédente. Cette question ne présentait aucune difficulté.

— Moyenne : 0,35/1.

— 6 candidats ont eu 100% des points.

— 2 candidats ont eu 50% des points.

— 13 candidats ont eu au plus 25% des points.

— *Question 3.3.*

Cette question demandait d'implémenter une fonction auxiliaire non triviale pour l'algorithme de Borůvka.

— Moyenne : 0,10/1.

— 2 candidats ont eu 100% des points.

— 19 candidats ont eu au plus 25% des points.

— *Question 3.4.*

Cette question demandait une implémentation de l'algorithme de Borůvka. C'était une question difficile, même en utilisant (comme attendu) la fonction de la Question 3.3.

— Moyenne : 0,10/1.

— 1 candidat a eu 75% des points.

— 2 candidats ont eu 50% des points.

— 18 candidats ont eu au plus 25% des points.

Le sujet a été globalement plutôt bien traité, en particulier sur les questions d'implémentation. Les fonctions demandées étaient pour les premières et secondes parties des implémentations d'algorithmes classiques ou proches d'algorithmes classiques. Ces questions ont dans l'ensemble été bien traitées, ce qui démontre un bagage raisonnable des candidats. En revanche, les questions théoriques ont été, à l'exception d'un petit nombre de copies, plutôt

mal traitées. De manière générale, beaucoup de candidats ont semblé être passés à côté d'un certain nombre de points clefs des raisonnements. Il est étonnant de constater que ces subtilités ont pour autant souvent été bien prises en compte dans les implémentations, et il est difficile de déterminer s'il s'agit au bout du compte de difficultés de raisonnement ou de rédaction.

Enfin, le jury a été positivement surpris par le nombre de candidats (21).