

Composition de Physique A, filière PC (XE)

Le sujet, intitulé *Etude de la mécanique de l'audition humaine*, proposait comme son titre l'indique, une étude des mécanismes physiques à la base du fonctionnement de l'oreille humaine. Ce sujet permettait de tester les connaissances des candidat(e)s sur une partie importante du programme de physique des classes préparatoires. Il nécessitait une mise en pratique des notions acquises en première et deuxième années des classes préparatoires relatives à la mécanique du point, la mécanique des fluides et la physique des ondes. Il comportait trois parties distinctes de difficultés assez comparables. La première partie étudiait la propagation sonore au sein du pavillon acoustique que constitue l'oreille externe. La deuxième se focalisait sur la transmission des ondes acoustiques de l'oreille externe vers l'oreille interne, dont les deux milieux qui les constituent (air et solution aqueuse) possèdent des impédances acoustiques très différentes. Un modèle mécanique de l'oreille moyenne qui permet d'améliorer la transmission acoustique entre ces deux milieux, basé sur un système masse-ressort était proposé et étudié. La troisième et dernière partie visait à décrire au moyen d'une modélisation simple, basée sur une succession de cordes vibrantes, la propagation des ondes sonores au sein de la cochlée, une partie de l'oreille interne, et sa conversion en information utile pour le cerveau. Le sujet, constitué de **6** pages de texte, comportait cinq figures dont les deux dernières étaient tirées respectivement du livre *On the sensation of Tones* publié en **1877** par *Von Helmholtz* et de la *Nobel Lecture*, donnée par *Von Bekesy* en **1961**. Les données utiles pour mener à bien, sans calculatrice, les applications numériques du problème étaient fournies aux candidat(e)s au fil de l'énoncé. Les candidat(e)s devaient s'appuyer sur ces documents pour répondre à une série de **44** questions. Les trois parties du problème comportaient respectivement **16**, **11** et **17** questions. Ces parties étaient indépendantes les unes des autres et pouvaient donc être abordées séparément. Chacune comportait des questions de cours ou d'application directe du cours ainsi que quelques questions nécessitant plus de réflexion. L'immense majorité des candidat(es) a pu aborder chacune des trois parties du problème. Afin de tenir compte de ceci, les correcteurs ont donc décidé d'attribuer à ces trois parties, respectivement **37%**, **32%** et **31%** des points de l'épreuve.

Le tableau ci-dessous résume la répartition des notes obtenues par les 1437 candidat(e)s ayant passé l'épreuve :

| | | |
|------------------------|------|---------|
| 0<=N<4 | 70 | 4,87 % |
| 4<=N<8 | 395 | 27,49 % |
| 8<=N<12 | 592 | 41,20 % |
| 12<=N<16 | 323 | 22,48 % |
| 16<=N<=20 | 57 | 3,97 % |
| Nombre total de copies | 1437 | |
| Moyenne | 9,63 | |
| Écart-type | 3,48 | |

Pour les 1370 candidat(e)s français(es) ayant passé l'épreuve, la répartition des notes est détaillée dans le tableau ci-dessous :

| | | |
|---------------------|------|--------|
| $0 \leq N < 4$ | 66 | 4,82% |
| $4 \leq N < 8$ | 372 | 27,15% |
| $8 \leq N < 12$ | 566 | 41,31% |
| $12 \leq N < 16$ | 309 | 22,55% |
| $16 \leq N \leq 20$ | 57 | 4,16% |
| Total : | 1370 | 100% |
| Nombre de copies : | 1370 | |
| Note moyenne : | 9,67 | |
| Ecart-type : | 3,5 | |

Remarques générales :

Comme chaque année, il nous semble important de rappeler quelques règles générales, qui bien qu'évidentes restent toujours méconnues de nombreux(ses) candidat(e)s :

- Beaucoup de copies sont rédigées dans un langage très approximatif, indigne de futur(e)s ingénieur(e)s. De multiples erreurs grammaticales et orthographiques nuisent véritablement à la lecture et à la compréhension des explications données pour justifier un raisonnement ou un résultat. Elles affectent nécessairement l'évaluation globale de la copie.

- Nous encourageons les candidat(e)s à bien s'appliquer, c'est à dire ne pas négliger la forme et la tenue générale de leur copie et à produire une écriture déchiffrable.

- Nous incitons vivement les candidat(e)s à vérifier systématiquement l'homogénéité de leurs résultats qui permet souvent de s'affranchir d'erreurs stupides, comme par exemple des erreurs typographiques.

- Un résultat numérique doit toujours être présenté avec les unités physiques correctes. Les candidat(e)s doivent veiller à ce que le nombre de décimales significatives données soit en adéquation avec la précision des données numériques fournies par l'énoncé.

- Des résultats obtenus sans aucune justification ne sont pas considérés valides. Il est essentiel de justifier les hypothèses faites et d'invoquer les principes appliqués lors d'un raisonnement. Il convient également de penser à définir de manière très explicite les variables introduites pour mener à bien un calcul.

- Nous conseillons vivement aux candidat(e)s ne pas négliger les applications numériques demandées car celles-ci constituent une part importante du nombre total de points attribués et donc de l'évaluation finale.

- Les questions demandées ne sont un commentaire de texte et les réponses ne doivent pas être une paraphrase de celui-ci. Pour chaque question, une réponse argumentée, s'appuyant sur un raisonnement physique rigoureux est attendue.

Commentaire détaillé de l'épreuve.

Partie I. L'oreille externe : un pavillon acoustique

1 La grande majorité des candidat(e)s invoque à tort la symétrie axiale du problème et ne pense pas à comparer la longueur d'onde à la dimension radiale du conduit. Nous rappelons qu'il convient lorsque l'on compare deux grandeurs physiques entre elles que celles-ci doivent posséder les mêmes dimensions. Ainsi une réponse du type *L'hypothèse est valide lorsque $\frac{dS}{dz} \ll 1$* n'a évidemment aucun sens physique. Dans le même ordre d'idée, se limiter à écrire *L'hypothèse est valide lorsque les dimensions du conduit sont petites* n'est pas une réponse satisfaisante.

2 Question de cours. Un nombre très important de candidat(e)s ne sait pas qu'une transformation isentropique pour un système fermé correspond à une transformation adiabatique réversible. Beaucoup pensent de manière erronée que la température d'un système ne varie pas lorsque la transformation qu'il subit est adiabatique. Les conditions expérimentales nécessaires pour qu'une transformation puisse être considérée comme adiabatique et réversible sont discutées que dans un nombre très restreint de copies.

3 Question de cours. Beaucoup de candidat(es) omettent de préciser sur leur copie que pour calculer la compressibilité d'un corps subissant une transformation isentropique, la dérivée partielle du volume (ou de la masse volumique) du système par rapport à la pression doit s'effectuer à entropie constante. En effet, la compressibilité d'un fluide subissant une transformation isotherme, par exemple, n'est pas identique à la compressibilité du même fluide subissant une transformation isentropique.

4 Question simple. Certaines copies se bornent à écrire la relation $\left(\frac{\partial \rho_0}{\partial p}\right)_S = \chi_0 \rho_0$ et ne vont pas au-delà.

5 La majorité des candidat(e)s a bien répondu à cette question.

6 Question bien traitée par l'immense majorité des candidat(e)s ayant répondu correctement à la question précédente. L'erreur la plus commise a été d'utiliser directement la formule de conservation de la masse vue en cours $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0$, qui ne prend pas en compte la variation de la section du conduit dans lequel se situe le fluide.

7 Les candidat(e)s ayant bien répondu à cette question sont ceux et celles qui utilisent la formule de Navier et Stokes. Cependant, comme le fluide est compressible, le principe fondamental de la dynamique doit s'écrire pour le système avec la dérivée temporelle de sa quantité de mouvement volumique et non pas avec le produit de la masse volumique et de l'accélération.

8 Question sans difficulté majeure pour ceux et celles ayant répondu correctement à la question précédente.

9 La plupart des candidat(e)s ayant abordé cette question ont bien compris la démarche mathématique à suivre. Dans beaucoup de copies, bien que les équations de départ soient fausses, les candidat(e)s arrivent cependant de manière très malhonnête à la bonne équation, qui est donnée dans l'énoncé. Nous avons cependant été satisfaits de noter dans quelques copies l'honnêteté de certain(e)s candidat(e)s, qualité attendue de la part d'un(e) scientifique ou d'un(e) ingénieur(e).

10 Question peu discriminante dans la mesure où il convenait d'utiliser l'équation donnée dans l'énoncé à la question précédente et de calculer les dérivées premières de deux fonctions mathématiques très simples.

11 L'immense majorité des candidat(e)s a bien répondu à cette question en précisant le terme supplémentaire qui apparaît dans l'équation d'onde classique de d'Alembert dans un espace libre du fait de la géométrie particulière du conduit. En revanche, seules quelques rares copies discutent les implications physiques (atténuation ou amplification de l'onde suivant le sens de propagation dans le conduit) résultant de la présence de ce terme dans l'équation d'onde.

12 La relation de dispersion des ondes dans le pavillon acoustique a été trouvée par l'immense majorité des candidat(e)s ayant abordé la question. Les mauvaises réponses sont essentiellement dues à des erreurs d'inattention portant sur le signe des différents termes. Notons que quelques mauvaises réponses auraient pu être évitées en vérifiant l'homogénéité des différents termes de la relation de dispersion obtenue ou alors en vérifiant que lorsque $\delta \rightarrow 0$, la relation de dispersion doit permettre de retrouver celle obtenue par d'Alembert dans le cas de la propagation d'une onde plane en espace libre, à savoir $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$.

13 Environ la moitié des copies remarque que le nombre d'onde est imaginaire pur si et seulement si le discriminant Δ de l'équation de dispersion du second degré dont k , le vecteur d'onde, est solution, est négatif. De manière surprenante, un nombre important de copies écrit comme condition $\Delta = 0$. Nous avons été dépités de constater que de nombreux(-ses) candidat(e)s ne connaissent visiblement pas la définition d'un nombre imaginaire pur puisqu'il(elle)s écrivent que le vecteur d'onde, $k = k' + ik''$ est imaginaire pur si et seulement si $k' \ll k''$. Nous rappelons également aux candidat(e)s que la pulsation d'une onde s'exprime en rad.s^{-1} et non pas en Hz .

14 Pour répondre correctement à cette question et obtenir la totalité des points, il convenait d'abord de donner les expressions mathématiques des deux solutions $k = k''$ de l'équation de dispersion et d'effectuer sur celles-ci un développement limité à l'ordre 0 en $\frac{\omega^2 \delta^2}{c^2}$. Une étude comparative de ces deux solutions permettait de sélectionner celle pour laquelle l'amplitude de l'onde était la plus importante. Une simple étude du signe de k'' permettait de s'assurer que l'amplitude de l'onde de plus forte amplitude était amplifiée. L'application numérique, compte tenu de la donnée: $e^6 = 400$ fournie par l'énoncé, était alors immédiate.

15 Question sans difficulté majeure lorsque la question **14** a bien été traitée.

16 Beaucoup de candidat(s) n'ayant pas abordé les questions précédentes, **14** et **15**, répondent cependant à cette question sans avancer aucun élément justificatif. Dans ce cas là, nous n'attribuons aucun point à la question. Une étude du signe de k'' sans forcément déterminer sa valeur numérique permettait de justifier la bonne réponse.

Partie II. L'oreille moyenne

17 Question d'application directe du cours, relativement bien traitée par l'immense majorité des candidat(e)s. Les erreurs les plus observées dans les copies ont été soit le calcul des coefficients de réflexion et de transmission des vitesses à la place de ceux des pressions comme le demandait expressément l'énoncé ou alors une erreur sur la forme de l'impédance acoustique, exprimée en fonction de ρ et c .

18 Pour répondre correctement à cette question, il convenait d'utiliser l'expression de la puissance acoustique d'une onde sonore.

19 Bien que la question **18** ait été en général bien traitée, nous avons noté de nombreuses erreurs lors de l'application numérique. Beaucoup de candidat(e)s n'ont pas été surpris(es) d'obtenir une valeur numérique pour R ou T supérieure à **1** ou négative. Un minimum de sens physique et de recul leur aurait pourtant permis de s'interroger sur la validité de ce résultat.

20 Question sans difficulté majeure. Beaucoup de copies ne prennent pas en compte les forces exercées par les deux pistons bien que ceux-ci soient explicitement mentionnés dans le texte et représentés sur le schéma de droite de la figure **3**. Beaucoup de copies présentent également des erreurs de signe sur la force de rappel du ressort, qu'un minimum de recul et de sens physique aurait permis d'éviter.

21 Question de cours.

22 Question relativement simple mais pourtant assez discriminante dans la mesure où il fallait pour l'aborder correctement avoir bien répondu aux questions **20** et **21**.

23 Une réponse argumentée à cette question nécessitait une étude de la fonction $20 \log_{10}(|G(\omega)|)$ et de son comportement asymptotique en **0** et $+\infty$. Beaucoup de candidat(e)s se sont contenté(e)s de représenter la fonction $|G(\omega)|$ alors que le texte demandait expressément l'allure de la courbe en décibels.

24 Beaucoup de mauvaises réponses concernant l'ordre du filtre. La question relative au facteur de qualité a été très discriminante. Ceux et celles ayant obtenu sa bonne expression, ont majoritairement exprimé sous forme réduite la fonction $G(\omega)$, en utilisant la variable adimensionnée $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ avec ω_0 la pulsation propre du système. Notons qu'une lecture attentive de l'énoncé de la question permettait de deviner le caractère passe-bande du filtre et donc d'éviter

de mauvaises réponses concernant sa nature. Certain(e)s candidat(e)s ont remarqué l'analogie avec la résonance en intensité d'un circuit $R-L-C$ en série. Nous les en félicitons.

25 Question simple. La valeur du gain pouvait ici être donnée en décibels ou pas. Attention cependant à ce que l'unité physique de la grandeur soit cohérente avec l'expression utilisée.

26 Question très discriminante. La mauvaise réponse donnée majoritairement dans les copies est $T.G$ et non pas $T.G^2$ comme attendu. Les candidat(e)s ayant ainsi répondu, n'ont pas pris en compte le fait que la puissance acoustique dans un milieu est proportionnelle au carré de la pression et non à la pression.

27 Question ne présentant pas de difficulté majeure. Quelques réponses totalement fantaisistes comme par exemple: *Les poissons ne possèdent pas d'oreille moyenne afin de ne pas entendre les sons extérieurs provenant de l'air* ou *Les poissons ne possèdent pas d'oreille moyenne car ils communiquent par infra-sons*.

Partie III. La cochlée : un spectromètre acoustique

28 Question de cours. La démonstration de l'équation d'onde d'une corde vibrante n'était pas demandée.

29 Question sans difficulté lorsque la question **28** a bien été traitée.

30 Les candidat(e)s qui ont abordé cette question ont généralement bien répondu.

31 Peu de candidat(e)s ont remarqué que la réponse du système n'est pas une succession de pics de Dirac contrairement aux prédictions du modèle d'Helmoltz et qu'un continuum de cordes répond à une même excitation monochromatique.

32 Question sans difficulté majeure. La plupart des copies se contente de remarquer qu'il y a propagation dans la cochlée puisqu'un signal non nul est obtenu pour des valeurs de x supérieures à 0 , correspondant à l'entrée de la cochlée. Dans seulement quelques copies, l'évolution du retard de phase de l'onde avec x est discutée.

33 Cette question qui est une application directe du cours, a été peu abordée. L'expression de la phase d'une onde plane monochromatique se propageant dans un milieu homogène, à savoir, $\phi(x, t) = \omega t - kx$ n'est pas connue de l'immense majorité des candidat(e)s. Beaucoup de réponses sont totalement fantaisistes, comme par exemple, *La phase reste constante* ou *La phase varie exponentiellement avec la position*.

34 Question simple d'analyse dimensionnelle qui a recueilli très peu de réponses fausses.

35 Suivant les indications de l'énoncé, il suffisait de remplacer dans l'équation **(1)**, la fonction $h(x, t)$ par l'expression $\frac{A_m(x)}{c^2} e^{-i\omega t}$ pour obtenir l'équation d'onde:

$$A_m''(x) + \frac{\omega^2}{c^2} A_m(x) = 0.$$

36 Question de cours. Il convenait de reconnaître l'équation d'onde de d'Alembert. Les solutions pour c constante sont donc des ondes planes monochromatiques de la forme $Ae^{i(\omega t - kx)}$ (ou $Ae^{i(\omega t + kx)}$) se propageant dans le sens des x croissants (ou décroissants) avec $k = \frac{\omega}{c}$.

37 Question très facile. Les erreurs les plus communément observées sont des erreurs d'étourderie, dûes au mauvais report d'un terme d'une ligne à l'autre, ou alors des erreurs typographiques.

38 Peu de candidat(e)s pensent à indiquer que les parties imaginaires et réelles de l'équation différentielle à laquelle il(elle)s parviennent, doivent être nulles puisque les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont réelles (indication donnée dans l'énoncé à la question **36**).

39 Pour bien répondre à cette question, il fallait avoir tout d'abord correctement établi le système des deux équations différentielles à la question précédente, puis négliger dans l'équation différentielle correspondant à la partie réelle nulle, le terme $f''(x)$ devant les deux autres termes. L'équation différentielle ainsi obtenue: $(g')^2(x) = \frac{1}{c^2}$ permettait alors de parvenir à la solution: $g'(x) = \frac{1}{c}$. Il fallait pour cela penser à justifier que la fonction $g(x)$ recherchée correspondant à la phase de l'onde devait être croissante puisque l'onde se propage dans le sens croissant des x . Cette dernière partie du raisonnement a souvent été omise.

40 Cette question nécessitait d'étudier la variation de la fonction $g(x) = \frac{1}{d \sqrt{\omega_0^2 e^{-x/L} - \omega^2}}$ et

de remarquer la correspondance existant entre $g(x)$ et la phase de l'onde se propageant dans la cochlée à l'instant t . Le résultat obtenu devait être alors comparé avec le retard de phase observé à la figure 5. La raison pour laquelle l'absence de divergence est observée expérimentalement pour $x_0 = 2L \ln\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)$ est très rarement discutée dans les copies.

41 L'utilisation des dérivées logarithmiques permettait de répondre très rapidement et simplement à cette question. Une infime minorité de candidat(e)s y a pensé.

42 Question immédiate mais nécessitant que la question **41** ait été bien traitée.

43 Simple étude de fonction.

44 Il fallait noter qu'en accord avec la figure 5, il y a bien une amplification du signal reçu lors de la propagation de l'onde dans la cochlée mais qu'expérimentalement il n'existe pas de divergence de l'amplitude du fait des pertes.