

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Second concours - Filière Universitaire

Session 2022

Rapport de l'épreuve écrite de mathématiques

Le sujet comporte un problème composé de 3 parties largement indépendantes.

La première partie, plutôt facile, consiste à démontrer un principe d'incertitude pour des matrices d'Hadamard. Une version analytique de ce principe pour la transformée de Fourier des fonctions à support à compact termine cette partie. La deuxième partie consiste à construire des exemples de matrices Hadamard, elle aussi était facile et très guidée. La troisième partie, nettement plus délicate, traite de matrices aléatoires et de leur norme. Ce sujet penche plutôt du côté de l'algèbre (linéaire et bilinéaire) et des probabilités (calcul d'espérance, inégalités de concentration) que de l'analyse (deux questions seulement).

Traiter parfaitement les deux premières parties, qui contiennent plusieurs "questions de cours", permettait d'avoir une excellente note. La troisième partie n'a été significativement abordée que dans deux copies seulement.

32 candidats ont rendu une copie en mathématiques, une dizaine de copies ont obtenu la moyenne, ce qui a permis à leurs auteurs de défendre leurs chances à l'oral. La faible moyenne de l'épreuve, 7/20, s'explique par la présence d'un grand nombre de copies quasi-vides : 16 candidats ont moins de 5/20. Les notes s'étalent de 0,5 à 18,5.

Comme chaque année, la précision des arguments et la qualité de la rédaction ont été valorisées. Les arguments approximatifs, ou d'autorité, ne sont pas acceptables pour ce type de concours : la question I(2) par exemple a donné lieu à des "raisonnements" atrocement compliqués et souvent erronés, se terminant tous de façon miraculeuse par l'inégalité à obtenir.

La présentation des copies s'est plutôt améliorée par rapport à l'an dernier : on rappelle que l'on attend aussi du candidat à un tel concours qu'il présente un travail soigné, où les principaux résultats sont encadrés et les arguments essentiels mis en valeur par un soulignement par exemple.

En conclusion, cette épreuve a fourni des résultats dans la lignée des années précédentes, permettant d'une part de sélectionner les candidats faisant preuve d'une bonne culture mathématique et aptes à poursuivre le concours, et d'autre part d'éliminer les candidats insuffisamment préparés à ce type d'épreuve. Rappelons à destination de ces derniers que cette épreuve est une épreuve de concours et non un examen terminal : avoir une note très faible ne signifie en rien que les candidats concernés sont inaptes à la poursuite d'études en mathématiques.