

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Concours d'admission session 2022

Filière universitaire : Second concours

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 3 heures

L'usage de calculatrices électroniques de poche à fonctionnement autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé.

* * *

Ce sujet comprend deux parties indépendantes. La première propose un questionnaire de connaissance générale en physique et la seconde l'étude d'un problème.

Partie A – Questionnaire de physique

On formulera les réponses aux questions qui suivent de façon claire, précise et concise. Il n'est pas attendu
5 de justification des réponses données, ni de définition des notations introduites.

1. Représenter le schéma d'un filtre passe-bas, en électrocinétique.
2. Écrire l'équation d'état du gaz de VAN DER WAALS (pour N moles).
3. Écrire la relation de BERNOULLI.
4. Écrire l'équation de MAXWELL-AMPÈRE.
- 10 5. Définir la notion de "milieu dispersif", du point de vue propagatif.
6. Présenter un exemple mettant en œuvre la distribution de BOLTZMANN.
7. Présenter un exemple d'utilisation d'un interféromètre de MICHELSON.
8. Présenter un exemple illustrant le phénomène d'"effet de peau".
9. Définir la notion de "pompage optique" mis en œuvre dans un LASER.
- 15 10. Représenter graphiquement la répartition de la densité de probabilité de présence d'une particule quantique dans un puits de profondeur "infinie", dans l'état fondamental (dans le cas unidimensionnel).

Partie B – L’horloge de glace

Nous considérons l’interface plane formée entre deux huiles non miscibles de masses volumiques différentes, la moins dense (huile “légère”) surmontant la plus dense (huile “lourde”). On place un glaçon d’eau, de forme sphérique, au niveau de cette interface. Les huiles sont choisies de telle manière que le glaçon y “flotte”. La figure (1) illustre cette situation. Sur cette figure, le centre O du glaçon se situe au niveau de l’interface, il ne s’agit que d’un cas particulier.

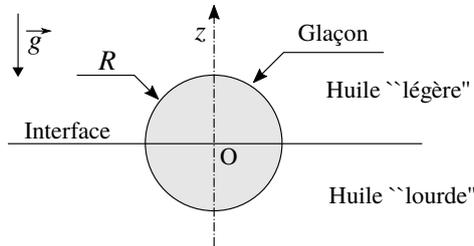


FIGURE 1 – Glaçon sphérique de rayon R “flottant” au niveau de l’interface formée entre deux huiles non miscibles de densités différentes.

Les huiles étant à la température ambiante, le glaçon fond continûment (nous supposons qu’il conserve sa forme sphérique). Dans une première phase, nommée phase de fonte, une goutte d’eau liquide se forme et grossit lentement, tout en restant accrochée sous le glaçon. Le glaçon s’enfonce alors progressivement dans le fluide inférieur, tout en restant partiellement immergé dans le fluide supérieur. Après une durée t_1 , la goutte devient assez lourde pour se détacher du glaçon. Elle chute alors dans l’huile “lourde” tandis que le glaçon rejoint sa position initiale. Ce cycle est illustré par la figure (2). Le processus se répète et la seconde goutte se détache à son tour après une durée t_2 de fonte. Nous nous proposons d’étudier ce phénomène.

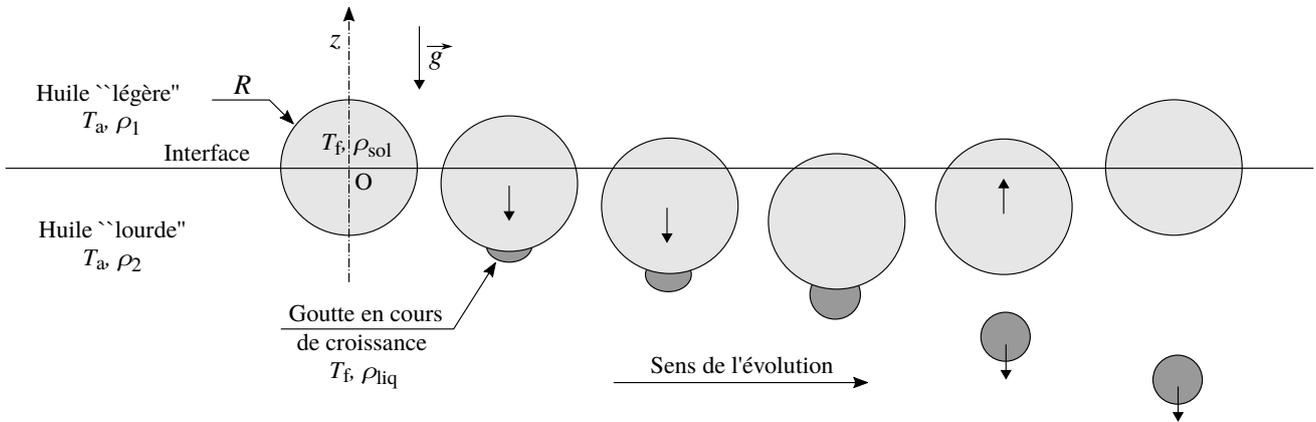


FIGURE 2 – Cycle de descente et de remontée du glaçon couplé à celui de croissance et de détachement d’une goutte d’eau produite par fusion du glaçon.

Nous conduirons cette étude dans le cadre suivant :

- les deux huiles sont maintenues à température constante ;
- la température de l’eau solide et liquide est uniforme et constante ;
- les huiles et l’eau sont, deux à deux, non-miscibles ;
- la viscosité élevée de chacune des huiles garantit un mouvement quasi-statique du glaçon ;
- le volume d’une goutte reste faible par rapport à celui du glaçon (ce point sera discuté).

Notations et formulaire de valeurs numériques :

- Constante de STEFAN : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
- Accélération de la pesanteur : $\vec{g} = -g \vec{e}_z$ ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)
- Rayon du glaçon : R
- 40 • Rayon initial du glaçon : $R_1 = 2 \text{ cm}$
- Température de l'eau solide et liquide : $T_f = 273 \text{ K}$;
- Température des huiles : $T_a = 293 \text{ K}$;
- Masse volumique de l'huile "légère" : $\rho_1 = 890 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique de l'huile "lourde" : $\rho_2 = 950 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- 45 • Masse volumique de l'eau solide : $\rho_{\text{sol}} = 920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_{\text{liq}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Conductivité thermique des huiles : $\lambda_h = 0,15 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
- Conductivité thermique de l'eau solide : $\lambda_{\text{sol}} = 2,2 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
- Conductivité thermique de l'eau liquide : $\lambda_{\text{liq}} = 0,6 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
- 50 • Capacité calorifique massique des huiles : $c_h = 1800 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Capacité calorifique massique de l'eau liquide : $c_{\text{liq}} = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Capacité calorifique massique de l'eau solide : $c_{\text{sol}} = 2100 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Enthalpie de fusion massique de la glace (ou chaleur latente massique) : $L_f = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Tension superficielle eau liquide / huile : $\gamma = 30 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$
- 55 • Coefficient convecto-diffusif intervenant dans la loi de NEWTON : $h = 500 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

1 Considérations préliminaires.

1. Indiquer pourquoi le glaçon "flotte" au niveau de l'interface séparant les deux huiles.
2. La masse du système constitué du glaçon et de la goutte en phase de croissance qu'il porte évolue-t-elle au cours du temps, durant une phase de fonte?
- 60 3. Expliquer pourquoi le glaçon et la goutte descendent durant de la phase de fonte.
4. Préciser pourquoi le glaçon remonte après qu'une goutte se soit détachée.

2 Modélisation du phénomène.

Il s'agit, en premier lieu, de déterminer la durée t_1 de la phase de fonte. Nous ne tiendrons pas compte du mouvement vertical du glaçon qui accompagne sa fonte.

- 65 5. Rappeler la loi de STEPHAN qui exprime la puissance par unité de surface p_{CN} rayonnée par un corps noir à la température T .
6. Nous supposons cette loi applicable pour le glaçon et son environnement à la température T_a . Exprimer la puissance P_σ nette algébrique reçue par le glaçon.
7. Exprimer la puissance nette algébrique p_σ reçue par unité de surface du glaçon, au premier ordre
70 relativement à l'écart de températures $\Delta T = T_a - T_f$.
8. Estimer la valeur de la puissance surfacique p_σ reçue par le glaçon.
9. Rappeler la loi de NEWTON¹ qui exprime la puissance thermique reçue p_h (algébriquement), par unité de surface d'un solide à la température T_1 de la part d'un liquide à la température T_2 dans lequel il est immergé. Nous notons h le coefficient convecto-diffusif (ou coefficient de NEWTON) qui intervient
75 dans cette loi.

1. Cette loi traduit phénoménologiquement un phénomène très complexe de convecto-diffusion.

10. Estimer la valeur de la puissance surfacique p_h reçue par le glaçon.
11. Le phénomène de conduction thermique serait-il à prendre également en compte dans le transfert de puissance entre les huiles et le glaçon ? Une réponse argumentée est attendue.
12. Justifier qu'il est alors acceptable d'exprimer la puissance reçue par le glaçon par la relation suivante :

$$P = 4\pi R^2 h \Delta T \quad (1)$$

13. Exprimer la variation de volume, par unité de temps, dV_{goutte}/dt de la goutte, en fonction de P , L_f et ρ_{liq} .

- Intéressons-nous maintenant aux conditions de détachement de la goutte.

Afin de simplifier le problème, nous étudions le détachement d'une goutte d'eau (liquide) hémisphérique de rayon r , en contact avec de l'huile, suspendue à une surface plane (représentant la surface du glaçon). Cette situation est illustrée par la figure (3). Les forces interfaciales tendent à maintenir la goutte sur la surface, alors que la gravité tend à l'en détacher.

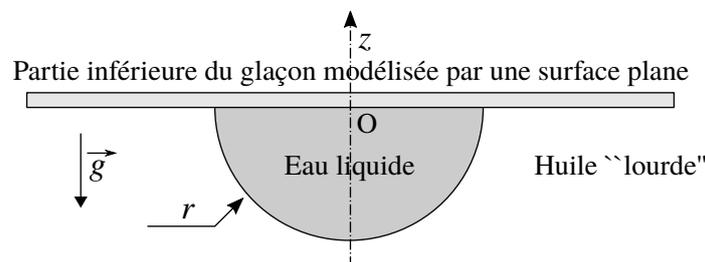


FIGURE 3 – Modèle simplifié de la goutte suspendue au glaçon : goutte hémisphérique de rayon r , en contact avec de l'huile et suspendue à une surface plane.

14. Exprimer l'énergie de surface E_γ associée à la formation de la goutte hémisphérique de rayon r , depuis un rayon nul. Nous considérerons que les énergies associées aux interfaces glaçon-eau et glaçon-huile sont égales (angle de contact égal à $\pi/2$).
15. Sans omettre la participation de la poussée d'ARCHIMÈDE, proposer une expression de l'énergie potentielle de pesanteur caractéristique² E_g associée à la formation de la goutte de rayon r , depuis un rayon nul.
16. Représenter graphiquement la dépendance de l'énergie totale $E = E_\gamma + E_g$ vis-à-vis du rayon r . Analyser ce résultat.
17. Exprimer, en fonction des paramètres γ , g et $\Delta\rho = \rho_{\text{liq}} - \rho_2$, le rayon r_{max} atteint par la goutte lorsque qu'elle se détache de la surface.
18. Calculer la valeur du rayon r_{max} .

Expérimentalement, on constate que le rayon de la goutte, au moment de son décrochage du glaçon, est proche de 5 mm (le modèle adopté est simplificateur). Dans la suite, nous adopterons cette valeur.

19. Exprimer, en fonction de L_f , ρ_{liq} , h , ΔT , r_{max} et R_1 , l'instant t_1 qui marque la fin du premier cycle de fonte (et donc de formation de la première goutte).
20. Calculer la valeur du temps t_1 . Commenter brièvement ce résultat.
21. Dans le calcul du temps t_1 , nous avons implicitement négligé la variation du rayon du glaçon accompagnant la formation de la goutte. Discuter cette approximation.
22. Exprimer, en fonction de r_{max} , ρ_{liq} et ρ_{sol} , la variation $\delta V_{\text{glaçon}}$ de volume du glaçon occasionnée par la libération d'une goutte d'eau liquide. Commenter ce résultat.

2. Elle ne diffère donc de l'expression exacte que d'un (éventuel) préfacteur numérique.

23. Nous notons $\delta R_n = R_{n+1} - R_n$ la variation de rayon du glaçon entre les gouttes n et $n + 1$ (R_n est le rayon initial du glaçon à partir duquel s'est formée la goutte n). Exprimer, au premier ordre relativement à l'écart de rayons δR_n , la variation correspondante du volume du glaçon.
24. Sur la base de la réponse donnée à la question (19), exprimer la durée $\delta t_n = R_{n+1} - R_n$ séparant la libération des gouttes n et $n + 1$.
25. Le résultat établi en réponse à la question (21) nous permet d'envisager un passage à la limite continue. Établir l'équation différentielle vérifiée par le rayon $R = R(t)$ du glaçon.
26. Indiquer de quelle manière ce résultat aurait pu être obtenu plus directement.
27. Exprimer la solution de cette équation différentielle.
28. Calculer le temps t_{fusion} correspondant à la fusion complète du glaçon. Commenter brièvement ce résultat.
- Terminons cette étude par une analyse du déplacement vertical du glaçon.

Afin de simplifier cette étude, nous supposons que le glaçon est cylindrique, de rayon R_c et de hauteur $2R_c$, et que son axe reste vertical. Cette situation est représentée sur la figure (4).

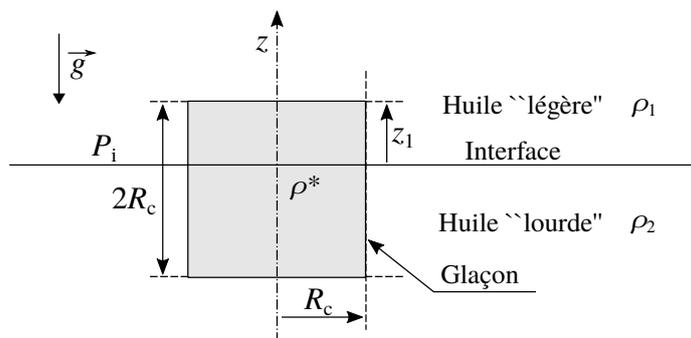


FIGURE 4 – Glaçon cylindrique d'axe vertical "flottant" au niveau de l'interface. P_i est la pression au niveau de l'interface séparant les deux huiles.

Nous notons P_i la pression du fluide au niveau de l'interface et z_1 la hauteur de la partie du cylindre immergée dans l'huile "légère". Nous nous proposons de définir la situation de flottaison du glaçon caractérisée par la variable z_1 . Nous nous plaçons sur la première phase de fonte. Le glaçon, de rayon initial R_1 , et la goutte d'eau produite demeurent alors liés. Nous notons m la masse initiale du glaçon et m_{liq} la masse de la goutte d'eau liquide formée, à un instant donné ($m_{\text{liq}} = m_{\text{goutte}}$, en référence à la notation utilisée précédemment). Nous supposons que l'ensemble constitué du glaçon et de la goutte conserve une forme cylindrique. La figure (4) se rapporte donc à un état de fonte quelconque.

29. Indiquer comment choisir le paramètre R_c pour que cette étude reste en correspondance avec la précédente.
30. Exprimer, en fonction de ρ_{sol} , ρ_{liq} et du rapport m_{liq}/m , la masse volumique ρ^* moyenne de l'ensemble constitué du glaçon et de la goutte.
31. Exprimer le rapport z_1/R_c en fonction de ρ_1 , ρ_2 et de ρ^* .
32. Calculer la valeur du rapport $z_1(0)/R_c$ correspondant à la situation initiale ($m_{\text{liq}} = 0$) puis celle du rapport $z_1(1)/R_c$ correspondant à la situation de décrochement de la (première) goutte. Analyser ces résultats.

* *
*