

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Concours d'admission session 2023

Filière universitaire : Second concours

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 3 heures

L'usage de calculatrices électroniques de poche à fonctionnement autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé.

* * *

Ce sujet comprend deux parties indépendantes. La première propose un questionnaire de connaissance générale en physique et la seconde une étude de problème.

Partie A – Questionnaire de physique

On formulera les réponses aux dix questions qui suivent de façon claire, précise et concise. Il n'est pas
5 attendu de justification des réponses données, ni de définition des notations introduites.

1. Donner l'unité d'une inductance, dans le système d'unités international.
2. Indiquer ce qu'est un diagramme de BODE et l'intérêt qu'il présente. Citer l'un de ses usages.
3. Écrire l'équation de MAXWELL-GAUSS puis la forme intégrale à laquelle elle conduit.
4. Écrire l'équation de SCHRÖDINGER (dans le cas général).
- 10 5. Définir le rapport (ou nombre) de REYNOLDS.
6. Donner l'expression de la force de LORENTZ.
7. Définir l'enthalpie de fusion d'un corps pur.
8. Exprimer le moment cinétique d'un point matériel.
9. Citer un usage d'un interféromètre de MICHELSON.
- 15 10. Définir la notion de "milieu dispersif" (dans le domaine ondulatoire).

Partie B – Étude d’un convertisseur électromécanique à courant continu

La structure du convertisseur électromécanique (très élémentaire) que nous nous proposons d’étudier est représentée sur la figure (1).

Son élément tournant (le rotor) est composé de deux bras (1-a) et (1-b)} solidaires d’un axe (1-c) et lui étant orthogonaux. Il baigne dans un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B} = B \vec{e}_z$ ($B > 0$) produit par une source extérieure dont nous ne nous préoccupons pas. Ce rotor est guidé en rotation autour de l’axe (Oz) par le palier P solide d’un bâti (0) fixe auquel est associé le référentiel galiléen $\mathcal{R}(O, x, y, z)$.

Nous notons $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ où $\Omega = d\theta/dt$ la vitesse angulaire du rotor (1) relativement au bâti (0) et $\vec{C} = C \vec{e}_z$ ($C \in \mathbb{R}$) le couple auquel il est soumis de la part du système extérieur avec lequel le convertisseur électromécanique est en liaison mécanique. Ce couple est transmis par l’intermédiaire de l’axe (1-c). Nous notons J le moment d’inertie du rotor par rapport à l’axe (Oz). Nous supposons que ce dernier se réduit aux seules participations des bras (1-a) et (1-b) (identiques). Chaque bras est assimilé à une “tige” dont nous notons a la longueur et m la masse.

Ce rotor est connecté à un dipôle électrique (CD) par l’intermédiaire d’un circuit électrique. Ce dipôle prend la fonction de générateur ou de récepteur, selon les conditions de fonctionnement du convertisseur.

Les contacts glissants (balais) en A, A’ et B permettent d’assurer une continuité électrique entre les parties tournante (rotor) et fixe du convertisseur. La liaison électrique entre les bras du rotor et le circuit électrique est assurée par une bague conductrice circulaire (fixe), ouverte au point F, sur laquelle glissent les balais en A et A’ (on considérera que l’ouverture au point F ne perturbe pas leur glissement).

Nous notons $U = U_D - U_C$ la différence de potentiel aux bornes du dipôle électrique (CD) et I le courant traversant le circuit rotor (et le dipôle). Nous désignons par R la résistance du circuit rotor et par L son inductance (propre). Nous négligeons les participations résistive et inductive de la bague et supposons que ses arcs (EA) et (EA’) sont parcourus par le même courant $I/2$.

N.B. : Chacune des grandeurs Ω , C , U et I sont notées algébriquement. Par ailleurs, elles dépendent *a priori* du temps t .

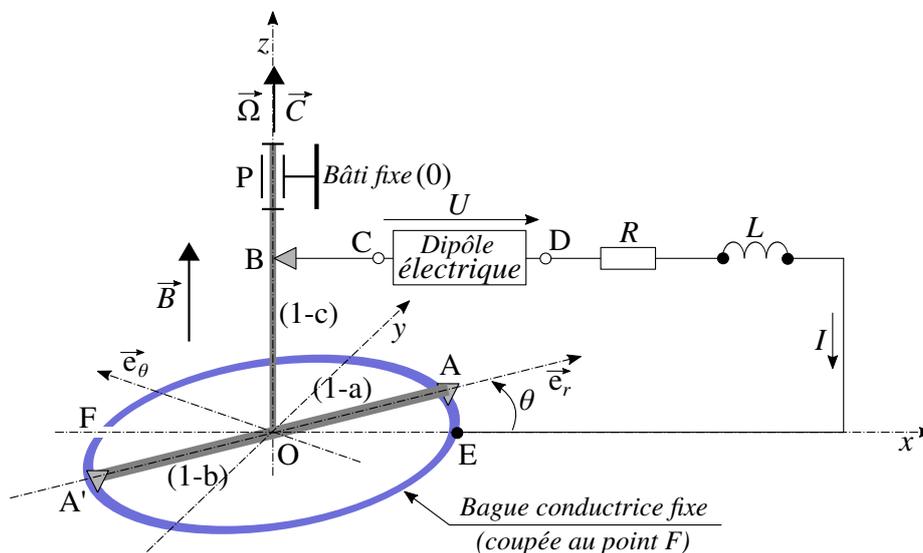


FIGURE 1 – Structure du convertisseur électromécanique étudié. Le rotor (1) et la bague conductrice circulaire sont représentés en perspective. La résistance R et l’inductance L représentent celles de l’ensemble du rotor.

Nous nous proposons, sur la base de cette structure élémentaire, d’étudier les propriétés d’un convertisseur électromagnétique à courant continu. Nous nous intéresserons ensuite, dans un cadre élargi, à sa mise en œuvre en tant que moteur d’automobile électrique.

La première partie est indépendante des suivantes.

45 1 Considérations générales.

Cette partie permet de mettre en place les éléments fondamentaux sur lesquels repose l'étude du convertisseur.

1. Recenser les variables du système étudié. En déduire le nombre d'équations nécessaires à la définition d'un point de fonctionnement de ce convertisseur (c'est-à-dire permettant de définir son état de fonctionnement) .
2. Indiquer à quelles conditions, portant sur les grandeurs Ω , C , U et I , ce convertisseur fonctionne en générateur électrique (dans le cas d'un régime permanent et dans la limite $R \rightarrow 0$).
3. Indiquer à quelles conditions, portant sur les grandeurs Ω , C , U et I , ce convertisseur fonctionne en moteur (dans le cas d'un régime permanent et dans la limite $R \rightarrow 0$).
4. En supposant que $\Omega > 0$ et $\theta \in [0, \pi]$ (rappelons que $B > 0$), indiquer comment est orientée la force électromotrice induite qui apparaît dans chacun des bras (1-a) et (1-b). On présentera le raisonnement suivi.
5. En supposant que le courant I circule effectivement dans le sens indiqué sur la figure (1), préciser le signe du moment, par rapport à l'axe (Oz) , des forces de LAPLACE s'exerçant sur chacun des bras (1-a) et (1-b). On présentera le raisonnement suivi.

2 Étude électrique.

Il s'agit d'établir l'équation décrivant le comportement électrique du convertisseur. Afin de limiter les risques d'erreur de signe, on veillera à bien respecter les conventions usuelles. Nous posons $\Phi = (1/2)Ba^2$ ($\Phi = \text{Cste} > 0$).

6. Exprimer le flux φ_a du champ magnétique \vec{B} à travers le circuit électrique empruntant la branche (EAO). On fera apparaître le paramètre Φ .
7. Exprimer le flux φ_b du champ magnétique \vec{B} à travers le circuit électrique empruntant la branche (EA'O). On fera apparaître le paramètre Φ .
8. Déduire de ces deux derniers résultats l'expression de chacune des forces électromotrices induites e_a et e_b en fonction du paramètre Φ et de la vitesse angulaire $\Omega = d\theta/dt$.
9. Représenter le schéma électrique équivalent du convertisseur électromécanique. On y fera apparaître, en particulier, les sources de tension induite e_a et e_b . On vérifiera la concordance de ce schéma avec la réponse donnée à la question (4).
10. Établir enfin l'équation $U = U(\Omega, I, \dot{I})$ décrivant le comportement électrique du convertisseur électromécanique.

3 Étude mécanique.

Il s'agit d'établir l'équation décrivant le comportement mécanique du convertisseur. Nous posons encore $\Phi = (1/2)Ba^2$ ($\Phi = \text{Cste} > 0$).

11. Le moment d'inertie J_{Oz} , autour d'un axe (Oz) , d'une distribution \mathcal{D} de masse, s'exprime selon la relation suivante :

$$J_{Oz} = \int_{\mathcal{D}} r_M^2 dm(M) \quad (1)$$

où $dm(M)$ représente l'élément de masse de la distribution associé au point M et r_M sa distance à l'axe (Oz) .

Exprimer le moment d'inertie J du rotor en fonction de m et a , dans le cadre défini dans la partie introductive. Dans la suite, on conservera la notation J sans expliciter ses dépendances.

12. Exprimer le couple électromagnétique $\vec{C}_{EM} = C_{EM} \vec{e}_z$ qu'exercent les forces de LAPLACE sur le rotor. On fera apparaître le paramètre Φ .
13. Établir enfin l'équation liant l'accélération angulaire $\dot{\Omega}$ à I et C , décrivant le comportement mécanique du convertisseur électromécanique.

4 Étude du fonctionnement d'un convertisseur électromécanique à courant continu.

Nous nous proposons d'étudier le fonctionnement du convertisseur sur la base des équations établies dans les parties (2) et (3) (questions (10) et (13)).

90 \square Les convertisseurs électromécaniques (à courant continu) utilisés en pratique présentent une structure beaucoup plus élaborée que celle à laquelle nous nous sommes intéressés. Leur fonctionnement est toutefois décrit par des équations électrique et mécanique identiques à celles que nous avons établies. Ce sont seulement les valeurs des paramètres Φ , R , J et L qui diffèrent, d'un convertisseur à l'autre (notamment, selon sa taille). Nous envisageons alors l'étude qui suit dans un cadre général.

95 **14.** Rappeler les équations électrique et mécanique couplées établies en réponse aux questions (10) et (13).

Ces deux équations ne suffisent pas à définir un point de fonctionnement $P(U, I, \Omega, C)$ du convertisseur. Indiquer ce que doivent traduire les deux équations complémentaires à leur adjoindre. Préciser sous quelle forme générale chacune d'elles s'écrit.

15. À partir d'un bilan de puissance portant sur le convertisseur, établir la relation suivante :

$$UI + C\Omega = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}J\Omega^2 \right) + RI^2 \quad (2)$$

100 En donner une interprétation. On envisagera, en particulier, le cas d'un fonctionnement en régime permanent et dans la limite $R \rightarrow 0$.

16. Nous notons C_c la capacité thermique du convertisseur que nous supposons indépendante de la température T du convertisseur (considérée uniforme). Appliquer le premier principe de la thermodynamique au convertisseur. Simplifier son écriture en utilisant l'équation (2). Envisager ensuite le cas d'un régime permanent.

105 4.1 Fonctionnement en moteur.

Nous supposons que le convertisseur électromécanique fonctionne en régime permanent et dans l'environnement électrique et mécanique suivant :

- Le dipôle électrique (CD) est un générateur de force électromotrice U_0 ($U_0 = \text{Cste} > 0$) et de résistance interne r ($r = \text{Cste} > 0$);
- 110 • Le rotor est soumis au couple $C = -C_r = \text{Cste}$. C'est-à-dire qu'il est supposé fixé, indépendamment de la vitesse angulaire Ω . Le paramètre C_r est, *a priori*, positif.

Dans ces conditions, les équations décrivant le fonctionnement du convertisseur deviennent les suivantes :

$$\begin{cases} U = \Phi\Omega + RI & (\Phi = \text{Cste} > 0) \\ C_r = \Phi I \end{cases} \quad (3)$$

Nous nous proposons d'analyser cette situation à partir du diagramme à quatre quadrants représenté sur la figure (2). Il s'agira, en particulier, de déterminer graphiquement les coordonnées $(I_P(C_r), U_P(C_r), \Omega_P(C_r), C_r)$ du point de fonctionnement P du convertisseur.

115 Dans le quadrant (1), pour ce qui concerne le convertisseur, la variable est le courant I alors que la vitesse angulaire Ω est constante (chaque tracé se rapporte donc à une valeur particulière de Ω). Ce quadrant est ainsi relatif à un réseau de caractéristiques paramétré par Ω .

120 Dans le quadrant (2), pour ce qui concerne le convertisseur, la variable est la vitesse angulaire Ω alors que le courant I est constant (chaque tracé se rapporte donc à une valeur particulière de I). Ce quadrant est ainsi relatif à un réseau de caractéristiques paramétré par I .

\square N.B. : L'étude qui suit est illustrative. Les différents tracés qui s'y rapportent sont donc qualitatifs. Il est toutefois crucial qu'ils soient réalisés en bonne correspondance les uns avec les autres.

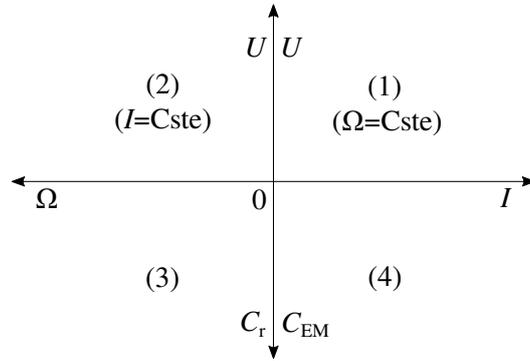


FIGURE 2 – Diagramme à quatre quadrants permettant de représenter le point de fonctionnement P du convertisseur électromécanique.

17. Écrire les trois équations permettant de définir le point de fonctionnement P du convertisseur dans son environnement électrique et mécanique (la quatrième étant $C_r = \text{Cste}$).
- 125 18. Reproduire le diagramme représenté sur la figure (2) (prévoir au moins un tiers de page en hauteur). Tracer ensuite, dans le quadrant (3), la fonction $C_r = \text{Cste}$.
19. Tracer, dans le quadrant (4), la fonction $C_{EM} = C_{EM}(I)$.
20. Déduire (graphiquement) de ces deux tracés le courant $I = I_P$ absorbé par le convertisseur, sur son point de fonctionnement P.
- 130 21. Tracer, dans le quadrant (1), la fonction $U = U(\Omega, I)$ décrivant le fonctionnement du convertisseur, pour $\Omega = \text{Cste} = 0$ puis pour $\Omega = \text{Cste} > 0$.
22. Tracer, dans le quadrant (1), la fonction $U = U(I)$ décrivant le fonctionnement du générateur.
23. Tracer, dans le quadrant (2), la fonction $U = U(\Omega, I)$ décrivant le fonctionnement du convertisseur, pour $I = \text{Cste} = 0$ puis pour $I = \text{Cste} > 0$.
- 135 24. Déduire (graphiquement) de ces tracés la situation, dans chacun des quadrants, du point de fonctionnement P du convertisseur. Faire apparaître ses composantes I_P , U_P et Ω_P . On accompagnera cette construction d'une présentation (synthétique) de la démarche suivie.
25. Indiquer comment, à partir de ce diagramme, on accède au rendement η de la conversion de la puissance électrique (depuis la source idéale de tension de force électromotrice U_0) en puissance mécanique. On suppose que C_r correspond au couple utile (c'est-à-dire que l'on ne tient pas compte des couples résistants parasites).
- 140 26. Justifier, à partir de ce diagramme, qu'il existe une valeur limite C_r^* du couple résistant C_r au-delà de laquelle le moteur ne peut plus entraîner la charge mécanique à laquelle il est soumis (pour une valeur fixée de U_0). Quelle est alors la valeur du rendement du convertisseur ? Qu'advient-il pour $C_r > C_r^*$?
- 145 27. Nous supposons que la force électromotrice du générateur évolue "brutalement" de 0 à U_0 (branche-ment) et que, parallèlement, le couple résistant évolue "brutalement" de 0 à C_r (masse soulevée reposant initialement sur le sol). Indiquer, sur le diagramme, où se lit la valeur du courant $I_0 = I(t = 0^+)$ de démarrage. Commenter ce résultat.

4.2 Application au cas d'un moteur de véhicule électrique.

150 Le convertisseur est utilisé comme moteur d'une automobile électrique. Nous supposons que son rotor est en prise directe avec les roues motrices¹. Il est alimenté par une batterie (U_{0B}, r) de force électromotrice U_{0B} ($U_{0B} > 0$) et de résistance interne r ($r > 0$).

Nous supposons que le moteur fonctionne en régime stationnaire et que le couple utile qu'il transmet est C_r ($C_r \geq 0$) (nous ne prenons donc en compte aucun effet de "frottement"). Ce couple est fixé par les 155 conditions d'utilisation du véhicule.

Le conducteur agit sur la tension U_0 ($U_0 \in [0, U_{0B}]$) pour choisir l'allure du véhicule (sur une certaine plage). C'est-à-dire, pour choisir un point de fonctionnement (P) du moteur, comme nous l'avons étudié dans la section (4.1). Nous considérons alors que le moteur est alimenté par le générateur (U_0, r) .

Nous définissons les quatre paramètres et la variable X suivants :

$$\begin{cases} R' = R + r \\ C_r^* = U_0 \Phi / R' \\ P^* = U_0^2 / R' \\ \Omega^* = U_0 / \Phi \\ X = C_r / C_r^* \end{cases} \quad (4)$$

Cette étude s'appuie, en particulier, sur les équations (3) données dans la présentation de la section (4.1).

- 160 **28.** Exprimer, en fonction du paramètre Ω^* et de la variable X , la vitesse angulaire Ω du rotor du moteur.
- 29.** Exprimer, en fonction du paramètre P^* et de la variable X , la puissance mécanique $P_{\text{méca}}^f$ fournie par le moteur.
- 30.** Exprimer, en fonction de la variable X , le rendement η de la conversion électromécanique. Nous considérons que l'entrée électrique se situe au niveau de la source de tension (idéale) de force électromotrice 165 U_0 .
- 31.** Représenter, sur un même graphe, la dépendance, vis-à-vis de la variable X , de chacune des fonctions $W = \Omega / \Omega^*$, $Y = P_{\text{méca}}^f / P^*$ et η . Commenter ce résultat.
- 32.** Nous supposons que le couple résistant de frottement C_f (supposé constant) qui s'ajoute au couple utile C_r est tel que $X_f = C_f / C_r^* = 10\%$. Représenter l'allure de la dépendance, vis-à-vis de X , du 170 rendement η_f en prenant en compte ce frottement. Commenter ce résultat.

• La voiture de masse M gravite, à la vitesse V (constante), une route inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. Nous notons D le diamètre de ses roues et g le module de l'accélération de la pesanteur. Nous adoptons les valeurs suivantes :

- $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- 175 • $M = 1500 \text{ kg}$
- $D = 0,6 \text{ m}$
- $R' = R + r = 1 \Omega$ (résistance totale du circuit traversant le rotor et la batterie)
- $\Phi = 4 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rd}^{-1}$ (paramètre apparaissant dans les équations (3))
- $U_{0B} = 400 \text{ V}$
- 180 • $E_B = 50 \text{ kWh}$ (capacité de la batterie)
- $V = 70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
- $\alpha = 6^\circ$ (ce qui correspond à une pente d'environ 10%)

1. Un moteur de voiture électrique ne comporte généralement ni embrayage ni boîte de vitesses, mais un simple réducteur de vitesse. Seuls quelques modèles sont équipés d'une boîte de vitesses à deux (voire davantage) rapports de réduction. La prise en compte du réducteur revient simplement à multiplier le paramètre Φ par l'inverse du rapport de réduction.

- 185 **33.** Exprimer le couple résistant C_r en fonction de Mg , D et α . Calculer sa valeur puis celle du courant I correspondant débité par la batterie.
- 34.** Calculer la valeur de la tension U_0 que le conducteur doit alors fixer pour que le véhicule se déplace à la vitesse V choisie.
- 35.** Calculer la valeur du rendement de la conversion de puissance (depuis la source idéale de tension de force électromotrice U_0), en considérant que C_r est le couple utile. Calculer la valeur (en heures et minutes) de la durée T d'autonomie de la batterie.
- 190 • Pour compléter cette étude estimons la contribution des pertes mécaniques de nature aérodynamique. Nous notons C_x le coefficient de traînée de la voiture et S son maître-couple (surface apparente de la voiture projetée sur un plan perpendiculaire à sa direction de déplacement). Nous adoptons les valeurs suivantes :
- $V = 70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
 - $C_x \simeq 0,3$
 - 195 • $S \simeq 2,5 \text{ m}^2$
 - $\rho_a \simeq 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (masse volumique de l'air)
- 36.** Exprimer la force de traînée F_T subie par la voiture puis le couple résistant C_{rT} correspondant. Calculer leurs valeurs respectives.
- 37.** Exprimer la puissance mécanique $P_{\text{méca},T}$ perdue par effet aérodynamique. Calculer sa valeur. La comparer à celle de la puissance utile P_u . Commenter ce résultat.
- 200 **38.** Calculer le rendement η_f de la conversion électromécanique (depuis la source idéale de tension de force électromotrice U_0), en considérant l'effet aérodynamique. Commenter ce résultat.

205 \square *Au-delà des années 2000, dans son usage pour les véhicules électriques, le moteur à courant continu a cédé sa place au moteur à champ statorique tournant (synchrone et asynchrone) moins sujets à l'usure. C'est le collecteur à segments du moteur à courant continu qui est la première cause de sa fragilité. Un moteur asynchrone ne possède pas de collecteur. Un moteur synchrone, soit ne possède pas de collecteur (le rotor porte alors un aimant permanent - le plus souvent en néodyme), soit possède un collecteur à bague (le rotor porte alors une bobine produisant un champ magnétique) mais qui reste moins fragile qu'un collecteur à segments.*

210 *Retenons que les ordres de grandeurs que nous avons obtenus restent toutefois comparables. D'une part c'est la puissance mécanique nécessaire à la motricité d'un véhicule qui fixe les règles du jeu, d'autre part les moteurs ne diffèrent que par leur technologie et non par les principes physiques mis en œuvre (induction et interaction entre un moment magnétique et un champ magnétique (force de LAPLACE)).*

★ ★
★

215