

Banques MP/MPI inter-ENS – Session 2024

Rapport sur l'épreuve de TIPE de mathématiques

Ecoles concernées : ENS (Paris) - ENS de Lyon - ENS de Paris-Saclay - ENS de Rennes
Membres du Jury: J. Marché, J.-M. Mirebeau, A. Moussa, A. Riera, H. Zaag.

Coefficients en pourcentage du total d'admission :

Cooncours	ENS Paris	ENS de Lyon	ENS de Paris-Saclay	ENS de Rennes
Concours MP	7.4%	5.4%	3.8%	3.8%
Concours Info MP	3.3%	5.6%	7.9%	—
Concours Info MPI	3.3%	5.6%	7.9%	13.9%

Déroulement de l'épreuve. L'épreuve de TIPE est commune aux quatre ENS. Lors de l'inscription au concours, le candidat soumet un rapport sous forme d'un fichier PDF unique, présentant son travail et précisant la discipline dominante, qui peut être les mathématiques, l'informatique ou la physique. Une discipline secondaire peut également être mentionnée. Le rapport se compose en principe de cinq pages avec une bibliographie, auxquelles le candidat peut ajouter en annexe des arguments plus techniques, des simulations et des figures. Ce rapport doit être l'œuvre originale du candidat et ne doit pas reproduire un ouvrage ni, a fortiori, le rapport d'un autre candidat, que ce soit de l'année en cours ou des années précédentes.

Il est important de souligner que le travail en groupe est autorisé, à condition que le candidat maîtrise l'ensemble du contenu du rapport et mette en avant sa contribution personnelle.¹ En revanche, le plagiat est strictement interdit et entraîne l'exclusion du candidat.² Le rapport n'est pas évalué directement, mais constitue le support pour l'épreuve orale. Par conséquent, il est inutile, voire nuisible, de présenter des textes très longs que les examinateurs ne pourront pas analyser correctement, ou d'ajouter des annexes excessives. À plus forte raison, les pièces supplémentaires présentées le jour de l'épreuve ne seront pas prises en considération. En résumé, le rapport n'a pas vocation à être un catalogue exhaustif des connaissances sur un sujet donné, et l'exercice consiste à sélectionner certains aspects pertinents pour le rapport.

L'oral dure 40 minutes. Le candidat est d'abord invité à présenter son travail, en abordant rapidement le contenu mathématique. Il peut choisir de présenter son travail soit au tableau, soit avec des diapositives projetées. Dans ce dernier cas, le fichier de présentation doit être au format PDF et placé sur une clé USB que le candidat doit apporter. Il peut également alterner entre une présentation au tableau et une présentation vidéoprojetée. Le jury aura sous les yeux le rapport du candidat. Nous tenons à mentionner que le candidat peut s'appuyer sur son rapport ou sur des notes, à condition de ne pas les garder constamment en main. Il peut les étaler sur la table et s'y référer autant de fois que nécessaire.

Cet exposé introductif sert à entrer dans le vif du sujet. Le jury peut rapidement interrompre le candidat pour vérifier sa compréhension des concepts utilisés en posant des questions précises,

¹Il est attendu dans ce cas que chacun présente un rapport différent, et qu'il y signale le travail en groupe, en précisant le nom des autres membres du groupe.

²Il est donc préférable de rendre un rapport vide, ce qui entraînera un 0 à l'épreuve, plutôt que de plagier une partie du rapport.

demandant des définitions formelles ou des idées de preuves, et en proposant des exercices courts en rapport avec le sujet traité.

Le candidat ne doit pas s'inquiéter s'il n'a eu le temps de présenter qu'une petite partie du plan prévu à la fin de l'épreuve, ni si le jury a concentré ses questions sur un point particulier. Il ne doit pas non plus essayer de rester strictement collé à son rapport. Lors des questions, le candidat ne doit pas hésiter à montrer ses raisonnements, même s'ils ne sont pas complets, et à engager des échanges avec le jury.

Critères d'évaluation. L'épreuve de TIPE de mathématiques est avant tout une épreuve de mathématiques. Le premier critère d'évaluation est donc la maîtrise du contenu mathématique de l'étude ainsi que celle du programme de MP. Bien que comportant une partie écrite (le rapport) qui doit avoir un contenu mathématique sérieux, le TIPE de mathématiques est une épreuve orale et c'est principalement la discussion entre le candidat et le jury qui est prise en compte dans la note finale. Il ne faut donc pas hésiter à se montrer dynamique et réactif lors des échanges avec le jury. Il est important de mentionner que l'originalité du thème et du point de vue seront pris en compte.

Les sujets pluridisciplinaires sont les bienvenus, tout comme les considérations d'ordre empirique et expérimental, ou les implémentations informatiques, mais le candidat doit être à même de les relier à une analyse mathématique rigoureuse. Le jury souhaite trouver des énoncés mathématiques précis sur lesquels il pourra baser ses questions. Nous soulignons également que le soin apporté à d'autres éléments du rapport ne peut en aucun cas compenser une insuffisance de contenu mathématique. Il est particulièrement important que le candidat choisisse soigneusement la discipline dans laquelle il présentera son TIPE (mathématiques, informatique ou physique), car cela conditionne le jury qui l'évaluera. Par exemple, un TIPE centré sur la programmation informatique d'un algorithme de résolution ou d'une modélisation serait peut-être plus avantageusement présenté en informatique. Les jurys ne sont pas mixtes et le jury de mathématiques n'a pas vocation à évaluer des programmes informatiques. De même, il n'est pas suffisant de simplement présenter et citer des résultats sans explorer le contenu mathématique sous-jacent. Enfin, il convient de souligner que cette épreuve diffère de celle du TIPE tétra-concours.

Compétences attendues. L'épreuve de TIPE a la particularité de permettre au candidat de choisir le thème sur lequel il sera interrogé. En contrepartie, le jury attend une bonne compréhension de ce sujet et une maîtrise des outils mathématiques employés pour le traiter. Nous pensons qu'il est possible de trouver des thèmes riches et originaux sans s'éloigner beaucoup du programme de MP. Nous soulignons également l'importance de l'exposé en tant que tel : la clarté, la présentation et la pertinence des choix des parties présentées sont des éléments essentiels à prendre en compte.

La composante "initiative personnelle" en mathématiques peut être plus difficile à cerner qu'en informatique ou en physique. Par conséquent, certains candidats se sentent obligés de fournir un programme informatique en annexe, bien que le jury n'ait pas vocation à évaluer ce type de contribution. Bien que ce dernier point puisse enrichir le rapport, nous soulignons que l'initiative personnelle doit plutôt correspondre à un questionnement constant du candidat tout au long de la préparation de son TIPE en mathématiques. Pour chaque résultat introduit, le candidat doit être capable de fournir un exemple ou un contre-exemple, de vérifier son application dans un cas simple, de justifier la nécessité de toutes les hypothèses et d'évaluer la pertinence du résultat. Le candidat doit également être capable, si on le lui demande, de réaliser une démonstration simple ou d'exposer les idées-clés sans entrer dans les détails. Il n'est bien sûr pas interdit d'admettre une démonstration, tant que cela est explicitement indiqué dans le rapport.

Nous rappelons qu'une succession de définitions et de résultats sans preuve ne peut en aucun cas constituer un rapport satisfaisant. Le candidat a la possibilité d'apporter des notes personnelles et de les consulter en cas de doute sur une formule ou un énoncé, mais il doit également

savoir s'en détacher dans le cadre du dialogue avec le jury et éviter de les garder en main de façon continue.

Thèmes choisis. Le thème de l'année était "Jeu, sports". En particulier, ce thème était connecté à plusieurs branches des mathématiques. Il est conseillé, dans la mesure du possible, de choisir un sujet s'inscrivant dans le thème de l'année. Cependant, le jury de mathématiques est conscient de la difficulté de suivre parfois le thème imposé et n'accorde que peu d'importance à ce lien dans l'évaluation du TIPE du candidat. À titre d'exemple, voici quelques-uns des thèmes les plus fréquents dans lesquels s'inscrivent les sujets rencontrés cette année :

- Corps finis ;
- Fonctions holomorphes ;
- Groupe fondamental, Invariant de noeuds ;
- Marches aléatoires, Mélange de cartes ;
- Nombres surréels, Hackenbush ;
- Plan projectifs, Dobble ;
- Quaternions ;
- Représentation linéaire de groupes, Groupes symétriques ;
- Spectre de graphes et Laplacien discret ;
- Test de primalité ;
- Théorème des nombres premiers, Fonction zeta, Progression arithmétiques ;
- Théorème de Brouwer, Jeu de Hex ;
- Théorème de Fermat et nombres premiers réguliers ;
- Théorie du chaos, Billards ;
- Théorie de Galois ;
- Théorie des jeux, Minmax, Jeux combinatoires ;
- Théorie de Ramsey.

Nous encourageons vivement les candidats à faire preuve d'originalité, par exemple en s'éloignant des thèmes susmentionnés ou, du moins, en évitant une présentation trop classique de ceux-ci. En plus de capter l'attention du jury, cela témoignera de l'indépendance de la démarche scientifique du candidat. À l'inverse, lorsque le même thème réapparaît chez plusieurs candidats issus d'un même lycée, ceux-ci doivent faire ressortir des contributions personnelles témoignant d'un travail indépendant, afin d'être évalués par le jury de manière appropriée. Nous souhaitons également attirer l'attention sur le fait qu'une grande majorité des rapports se concentrent sur des problèmes d'algèbre, tandis que les sujets en probabilités et analyse sont sous-représentés. Nous encourageons donc les candidats à diversifier leurs sujets en explorant davantage ces domaines, afin d'éviter les répétitions de sujets et les présentations trop classiques.

Rapport et présentation. Nous avons observé une grande hétérogénéité dans la qualité des rapports reçus. Il vaut mieux soumettre un rapport court, bien structuré, soigneusement relu et citant une bibliographie pertinente, plutôt qu'un rapport long, désorganisé et truffé d'erreurs ou de fautes typographiques. Bien que l'évaluation du TIPE soit fondée principalement sur l'oral, le rapport soumis conditionne le déroulement de cette épreuve, car il permet au jury de préparer les questions et les ouvertures qui permettront au candidat de mettre en valeur sa compréhension du sujet étudié. En particulier, nous conseillons vivement aux candidats de se relire attentivement avant de soumettre leur rapport et de prêter une attention particulière à la bibliographie.

La même remarque s'applique aux présentations. Trop de candidats arrivent sans les avoir suffisamment préparées et proposent alors un exposé décousu, ponctué de blancs. Que la présentation soit faite au tableau ou par vidéoprojection, elle doit être bien réfléchie. En général, il est impossible de présenter tous les résultats contenus dans le rapport. Le choix des éléments à présenter doit donc être fait en amont.

Certains candidats ont souhaité projeter leur rapport pour s'en servir comme présentation. Nous déconseillons fortement ce choix, car il en résulte un document peu lisible et mal adapté à la présentation. Par ailleurs, chaque membre du jury dispose déjà de ce document sur son propre écran, rendant la projection inutile. Nous insistons donc sur la différence entre le rapport (obligatoire), qui doit être téléversé sur le site du concours, et le diaporama (facultatif, l'alternative étant d'utiliser le tableau, ce qui est tout aussi valable) qui peut être projeté le jour de l'oral. Cette année, de nombreux candidats ont choisi de présenter au tableau, ce qui a souvent donné lieu à de bons exposés.

Certains candidats ont présenté un travail commun sur un sujet. Cela est tout à fait acceptable, à condition que cela soit mentionné explicitement. Cependant, il n'est pas acceptable que, lors des questions du jury sur un point du rapport ou de la présentation, le candidat déclare qu'il n'a pas traité cette partie personnellement. Si cela se produit, il est préférable que le candidat précise en amont qu'il cite le travail d'un autre membre de l'équipe sans l'avoir approfondi. Nous rappelons qu'il est interdit pour des candidats différents de présenter le même rapport.

Finalement, comme mentionné précédemment, le plagiat d'un rapport d'une année précédente, d'une source bibliographique, ou d'un document disponible sur Internet est formellement interdit et entraîne l'exclusion du candidat. Des logiciels anti-plagiat sont utilisés chaque année et plusieurs candidats ont été exclus du concours par le passé suite à des cas de plagiat.

Remarques finales. Pour finir, nous tenons à remercier ceux qui, par le recul qu'ils ont pris sur la question qu'ils étudiaient, le niveau de leur travail et la qualité de leur exposé, nous ont donné l'occasion d'avoir un échange d'un réel intérêt scientifique.