

Second concours - Filière universitaire

Session 2025

Rapport sur l'épreuve écrite de Mathématiques

* * *

Le sujet comporte un exercice d'analyse et un problème mêlant algèbre matricielle et probabilité. L'exercice et la première partie du problème ne comportaient (au moins dans l'esprit du concepteur du sujet) aucune difficulté particulière. Le premier exercice consistait à démontrer une version de l'inégalité de Poincaré pour les fonctions de classe \mathcal{C}^1 s'annulant en 0 et 1, par une méthode reposant uniquement sur du calcul intégral (une autre méthode classique est de décomposer en série de Fourier, thématique ayant disparu du programme CPGE de la filière MP). Le problème consistait à démontrer deux formules : la formule de Lie pour l'exponentielle matricielle et l'inégalité de Golden-Thompson pour les exponentielles de matrices symétriques réelles. Une application à des inégalités de concentration pour la plus grande valeur propre de matrices symétriques aléatoires faisait l'objet de la dernière partie.

Le bilan global est très mitigé. Le premier exercice a posé beaucoup de difficultés : déterminer un équivalent simple, vérifier qu'une fonction est intégrable ou résoudre une équation différentielle linéaire très simple n'a été fait correctement que dans une faible proportion de copies. On peut en dire autant sur le début du problème : justifier un télescopage et manipuler des normes matricielles s'est avéré difficile pour beaucoup de candidats, conduisant même certains d'entre eux à un passage en force peu glorieux pour traiter les passages à la limite. De façon surprenante, la première question de la partie II - que l'on pourrait presque qualifier de question de cours - a elle aussi été fort mal traitée.

Le sujet est volontairement trop long afin que chacun puisse s'exprimer en fonction de son cursus. Il n'est bien entendu pas envisageable de le terminer dans le temps imparti et il est possible d'avoir une très bonne note en n'en traitant qu'une partie. La meilleure copie contenait la résolution correcte du premier exercice et des parties I et III du problème.

D'un point de vue statistique, 42 candidats ont rendu une copie en mathématiques, soit 15 de plus que l'an dernier : il est possible que ce surplus de candidats était en partie constitué de candidats insuffisamment préparés pour ce type de concours. Les notes s'étalent de 0,5 à 16,5 pour une moyenne de 6,2/20, 9 candidats ont obtenu la moyenne et 20 candidats ont une note inférieure à 5. Cette épreuve a permis de sélectionner les candidats faisant preuve d'une bonne culture mathématique et aptes à poursuivre le concours.

Comme chaque année, la précision des arguments et la qualité de la rédaction ont été valorisées. Les arguments approximatifs, ou d'autorité, ne sont pas acceptables pour ce type de concours, en particulier lorsque la question posée contient la réponse.

La présentation des copies s'est sensiblement dégradée par rapport aux éditions précédentes. On rappelle que l'on attend aussi du candidat à un tel concours qu'il présente un travail soigné, où les principaux résultats sont encadrés et les arguments essentiels mis en valeur par un soulignement par exemple.

Comme chaque année, nous encourageons les candidats motivés à préparer sérieusement ce concours et à ne pas se censurer. Si les sujets sont volontairement longs et difficiles, ils contiennent suffisamment de questions proches du cours pour que tout candidat sérieux avec une bonne culture mathématique puisse se voir donner la possibilité de défendre ses chances à l'oral.