ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Concours d'admission session 2025

Filière universitaire : Second concours

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 3 heures

L'usage de calculatrices électroniques de poche à fonctionnement autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé.

⋆ ⋆ ⋆

Ce sujet comprend deux parties indépendantes. La première propose un questionnaire de connaissance générale en physique et la seconde l'étude d'un problème. Le poids de la seconde partie, dans le barème de notation, est plus important que celui de la première.

Partie A : Questionnaire de physique

On formulera les réponses aux dix questions suivantes de façon claire, précise et concise. Il n'est pas attendu de justification ou de développement des réponses données, ni de définition des notations introduites.

1. Énoncer le théorème (ou principe) d'Archimède.

2. Représenter l'allure de la densité spectrale d'énergie du rayonnement solaire (hors atmosphère).

3. Donner la définition de la vitesse de libération terrestre.

4. Définir l'approximation de Gauss, en optique géométrique.

5. Donner l'expression de la capacité d'un condensateur plan.

6. Définir (par une relation) la viscosité de cisaillement d'un fluide.

7. Définir la notion de cohérence spatiale d'un interféromètre.

8. Énoncer le second principe de la thermodynamique.

9. Donner l'expression de l'accélération de Coriolis.

10. Décrire l'effet Hall.

Partie B : Problème de physique

Principe de fonctionnement d'un réfrigérateur du désert

Un *Réfrigérateur du désert* est un dispositif permettant de maintenir au frais des aliments (fruits et légumes), sans coût énergétique direct. Il comporte un vase intérieur dont la paroi est imperméable et qui contient les aliments. Ce vase est placé dans un autre vase, de plus grande taille, dont la paroi est poreuse. L'interstice laissé entre les parois de ces deux récipients est rempli de sable dans lequel est ensuite versée de l'eau. C'est l'évaporation progressive de l'eau emmagasinée dans le sable qui est la cause du refroidissement des aliments. La figure (**1**) de gauche schématise ce dispositif.

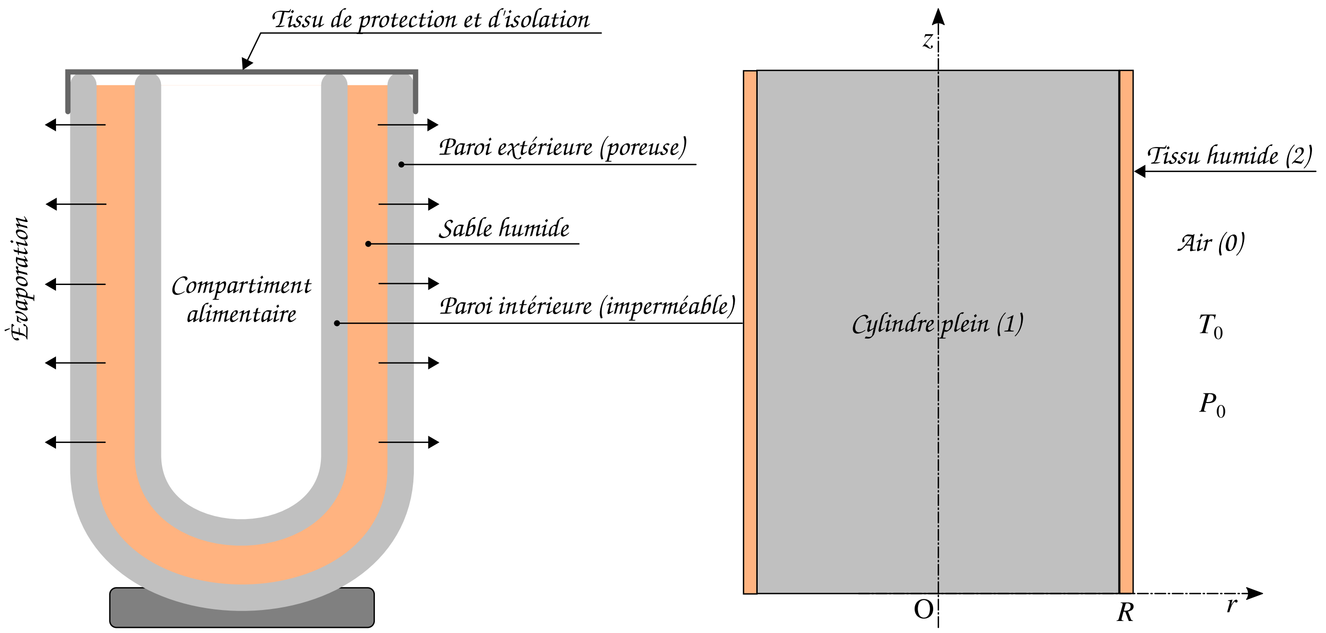

FIGURE **1** – Réfrigérateur du désert : À gauche, schéma de principe du dispositif réel ; À droite, modèle géométrique adopté en vue de l'étude thermique du dispositif.

- En vue d'étudier le principe de ce réfrigérateur nous modélisons ce dernier (très simplement) par un cylindre plein (solide) de rayon R et d'axe (Oz) dont la surface latérale est recouverte d'un tissu imbibé d'eau. L'épaisseur de ce tissu est négligeable devant R. Ce tissu joue le double rôle du sable et de la paroi poreuse utilisés dans le système réel. La figure (**1**) de droite présente la géométrie de ce réfrigérateur modèle.

Nous négligeons les effets de bords liés à la hauteur finie du cylindre. Les champs qui interviennent deviennent alors invariants par translation selon l'axe (Oz). Par ailleurs, nous les supposons être axisymétriques.

Dans les bilans qui seront effectués nous négligerons l'implication du tissu. Son rôle se restreint à constituer une réserve d'eau.

Le système formé du cylindre et du tissu humide (ensemble que nous appellerons indifféremment réfrigérateur ou système) est considéré comme étant fermé (l'évaporation n'a pas d'effet sensible sur la masse du système).

Ce système reçoit (algébriquement, selon la convention adoptée en thermodynamique) un flux d'énergie thermique de la part du milieu extérieur constitué par l'air à la température T_0 et la pression atmosphérique P_0 (fixées).

Nous supposons qu'à l'instant initial ($t = 0$), ce système est uniformément à la température T_0.

En pratique, le réfrigérateur est placé dans un lieu aéré naturellement (à l'abri du rayonnement solaire), ou artificiellement à l'aide d'un ventilateur, en particulier dans le cas d'une étude expérimentale.

1 Considérations préliminaires.

Cette analyse qualitative pose les bases de l'étude de ce réfrigérateur.

1. Indiquer quelle grandeur, propre à l'eau, intervient au premier chef dans le processus de refroidissement.

2. Définir la nature de l'échange thermique s'établissant entre le réfrigérateur et l'air ambiant.

3. Représenter (qualitativement) l'aspect du profil radial de température (intérieur et extérieur au cylindre) à un instant donné t de la phase de refroidissement. Indiquer, sur cette figure, par des flèches, le sens des flux thermiques en jeu.

4. Représenter (qualitativement) l'allure de la dépendance temporelle de la température $T(r = 0, t)$ sur l'axe du cylindre.

5. Expliquer pourquoi une ventilation de l'air accélère l'évaporation d'un liquide (l'eau, dans le cas qui nous intéresse).

2 Champ de température dans le cylindre.

Nous nous intéressons au champ de température dans le cylindre. Dans le cadre défini dans la présentation générale de cette étude, ce champ ne dépend que de la variable d'espace r et du temps t. Nous le notons $T = T(r, t)$ $(0 \leq r \leq R)$. Les seuls échanges thermiques entre le système et l'extérieur que nous prenons en compte s'établissent à travers la surface latérale du cylindre.

6. Définir la nature du transfert thermique à l'œuvre au sein du cylindre.

7. La loi de FOURIER relie le flux thermique diffusif, par unité de surface, $\vec{\varphi}$, au champ de température selon la relation suivante :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, T \quad (\mathrm{W \cdot m^{-2}}) \tag{1}$$

Nous supposons que le coefficient λ est indépendant de la température.

Justifier, à l'appui d'une brève argumentation, que $\lambda > 0$.

• Nous notons ρ la masse volumique du matériau constituant le cylindre et c sa capacité thermique par unité de masse. Ce matériau formant une phase condensée (solide, en l'occurrence), nous ne ferons pas de distinction entre sa capacité thermique à volume constant et sa capacité thermique à pression constante, que nous considérerons, par ailleurs, constante. Enfin, compte tenu des hypothèses adoptées, le flux thermique par unité de surface est purement radial. Nous le notons $\vec{\varphi} = \varphi(r, t)\, \vec{e}_r$.

Nous considérons, au sein du cylindre, un domaine élémentaire $\mathrm{d}\mathcal{D}$ présentant la géométrie d'une bague d'axe $(\mathrm{O}z)$ et de volume élémentaire $\mathrm{d}\mathcal{V} = 2\pi r \times \mathrm{d}r \times \mathrm{d}z$.

8. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au domaine élémentaire $\mathrm{d}\mathcal{D}$, sur l'intervalle de temps $[t, t + \mathrm{d}t]$. En déduire une équation aux dérivées partielles portant sur la température T et le flux surfacique φ.

9. En utilisant la relation (1), établir que la température vérifie l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \tag{2}$$

On exprimera la constante positive D en fonction de λ, ρ et c.

10. Indiquer le nombre de condition(s) initiale(s) et limite(s) qu'il convient d'adjoindre à cette équation aux dérivées partielles.

11. Nous considérons une portion circulaire de tissu de hauteur a, avec l'eau qu'elle contient. Nous notons L_V la chaleur latente d'évaporation (ou enthalpie de vaporisation), par unité de masse, de l'eau ; $\Phi_{0/2}$ (W) le flux thermique reçu (algébriquement) par cette portion de la part de l'air ; $\Phi_{1/2}$ celui reçu (algébriquement) de la part du cylindre. Les labels 0, 1 et 2 se rapportent à ceux indiqués sur la figure (1) de droite.

Sur l'intervalle de temps $[t, t+\mathrm{d}t]$, un masse $\mathrm{d}m_\mathrm{V}$ ($\mathrm{d}m_\mathrm{V} \geq 0$) d'eau s'évapore du tissu. Établir un bilan d'enthalpie appliqué à cette portion de tissu (avec l'eau qu'elle contient), sur cet intervalle de temps. On s'appuiera sur le tracé réalisé en réponse à la question (**3**). On introduira les éventuelles notations intermédiaires paraissant utiles mais le résultat devra être exprimé en fonction des données définies dans cette question.

Dans toute la suite de cette étude nous considérerons que L_V reste constante sur la gamme de température explorée.

3 Étude du régime stationnaire.

Le taux d'évaporation de l'eau du tissu humide, noté α, est défini comme la masse d'eau évaporée par unités de temps et de surface (en contact avec l'air). Ce paramètre dépend de la température ambiante, des propriétés de mouillage et de porosité du tissu, du degré d'humidité de l'air ainsi que de son état de ventilation. Ce taux est supposé rester constant (donc, en particulier, que le chiffon reste toujours humide) sur les intervalles de temps que nous considérerons.

• Nous cherchons à caractériser le profil radial de température $T = T(r)$ dans le cylindre, en régime stationnaire. Dans ce régime, la température du tissu humide se fixe à une valeur notée $T_{2,\,\mathrm{stat}}$ ($T_{2,\,\mathrm{stat}} < T_0$).

12. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la température, dans ce régime.

13. En déduire que la solution générale de l'équation précédente est la suivante :

$$T(r) = A \ln \frac{r}{R} + B \quad \text{où} \quad A = \mathrm{Cste} \quad \text{et} \quad B = \mathrm{Cste} \tag{3}$$

14. Déterminer la valeur de la constante A en considérant la limite $r \to 0$.

15. Déterminer la constante B. Caractériser alors le profil radial de température dans le cylindre.

• Considérons, dans le cas général, une interface séparant un milieu solide (S) d'un milieu fluide (F). Le flux thermique $\vec{\varphi}_\mathrm{SF}$, par unité de surface, traversant cette interface (en un point M et à l'instant t), du solide vers le fluide, prend la forme suivante :

$$\vec{\varphi}_\mathrm{SF} = h\,(T_\mathrm{S} - T_\mathrm{F})\,\vec{n} \tag{4}$$

Les températures T_S et T_F désignent respectivement la température de surface du solide et la température du fluide (supposée uniforme). Le coefficient positif h sera considéré comme constant sur la plage de température explorée. Le vecteur unitaire $\vec{n}$ est normal à l'interface (au point M) et orienté du solide au fluide.

16. Exprimer les flux $\Phi_{0/2}$ et $\Phi_{1/2}$ définis dans la question (**11**), correspondant à la situation stationnaire étudiée.

17. En s'appuyant sur la réponse donnée à la question (**11**), exprimer enfin la température T_stat atteinte par le cylindre, en fonction de L_V, α et h.

18. Nous adoptons les valeurs suivantes :

$L_\mathrm{V} = 2400\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$; $\alpha = 1{,}5 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}$; $h = 30\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$.

Calculer la valeur de l'écart de température $\Delta T_\mathrm{stat} = T_0 - T_\mathrm{stat}$.

19. Indiquer quel(s) paramètre(s) est (sont) influencé(s) par une ventilation de l'air autour du cylindre. Quelle en est la conséquence sur l'écart de température ΔT_stat atteint ?

20. On peut atteindre des écarts de température plus importants en remplaçant l'eau par de l'éther (ce qui n'est pas sans danger et est coûteux). Cela peut sembler contre-intuitif dans la mesure où la chaleur latente de vaporisation de l'ether est 6,7 fois plus faible celle de l'eau. Résoudre ce paradoxe.

4 Étude du régime transitoire.

Il s'agit maintenant de caractériser l'évolution thermique du système au cours de la phase de refroidissement.

- Nous supposons que les solutions de l'équation aux dérivées partielles (2), pour la situation étudiée, peuvent être recherchées sous la forme suivante :

$$T(r,t) - T_{\text{stat}} = T^{\star} f(r) g(t) \tag{5}$$

$T^{\star}$ est une constante ayant la dimension d'une température. f et g sont des fonctions, respectivement de r et de t, choisies telles $f(0) = 1$ et $g(0) = 1$. Nous supposons qu'elles ne s'annulent en aucun point de leurs intervalles de définition respectifs $r \in [0, R]$ et $t \in [0, +\infty]$.

21. Établir que les fonctions f et g vérifient l'équation suivante :

$$\frac{g'(t)}{g(t)} = \frac{D}{r f(r)} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r \frac{\mathrm{d}f(r)}{\mathrm{d}r}\right) \tag{6}$$

22. Justifier que la fonction g est solution de l'équation différentielle suivante :

$$g' + Kg = 0 \tag{7}$$

où K est une constante dont on donnera la dimension et le signe.

23. Proposer une forme plausible de dépendance de la constante K vis-à-vis des paramètres intervenant dans cette étude.

24. Nous considérons que le cylindre modélise un assemblage compact de fruits et légumes. En première approximation, nous lui affectons les propriétés physique de l'eau et adoptons alors les valeurs suivantes :

$\rho = 1000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $c = 4200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$; $\lambda = 0{,}6\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$; $R = 10$ cm.

Sur la base de la dépendance proposée en réponse à la question (**23**), et sans tenir compte d'un éventuel préfacteur numérique, calculer la valeur de $1/K$. Commenter ce résultat.

25. Nous posons $X = r/R$ et $Q(X) = f(r)$. Établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction Q de la variable X.

26. En considérant la condition initiale, justifier que la forme adoptée *a priori* du champ de température (équation (5)) ne peut être, en réalité, une solution exacte du problème étudié.

⋆ ⋆
⋆