

Banques MP/MPI inter-ENS – Session 2025

Rapport relatif à l'épreuve orale de TIPE de mathématiques

- **Écoles partageant cette épreuve :**

ENS de Lyon, ENS Paris-Saclay, ENS Rennes.

- **Coefficients** (en pourcentage du total d'admission de chaque concours) :

- ENS de Lyon :

- * Concours MP Options MP et MI : 5,4 %

- * Concours MPI Option Math : 5,2 %

- * Concours MPI Option Info : 5,6 %

- * Concours Info : 5,6 %

- ENS Paris-Saclay :

- * Concours MP Options MP et MPI : 3,8 %

- * Concours MPI Options Math et Info : 5,1 %

- ENS Rennes :

- * Concours MP Options MP et MPI : 3,8 %

- * Concours MPI : 13,9 %

- **Membres du jury :**

S. Douteau, Y. Guerch, J. Marché, J.-M. Mirebeau, A. Said, A. Soulié, H. Zaag.

L'épreuve de TIPE en mathématiques des écoles normales supérieures a pour vocation d'évaluer la motivation des candidates et candidats, leur capacité à organiser et présenter un contenu mathématique, leur curiosité et leur goût pour la recherche, et leur initiative personnelle.

1 Déroulement de l'épreuve.

L'épreuve de TIPE est commune aux trois ENS. Lors de l'inscription au concours, la candidate ou le candidat soumet un rapport sous forme d'un fichier PDF unique, présentant son travail et précisant la discipline dominante, qui peut être les mathématiques, l'informatique ou la physique. Une discipline secondaire peut également être mentionnée. Le rapport se compose en principe de **cinq à six pages avec une bibliographie**, auxquelles la candidate ou le candidat peut ajouter en annexe des arguments plus techniques, des simulations et des figures. Ce rapport doit être l'œuvre originale de la candidate ou du candidat et ne doit pas reproduire un ouvrage ni, a fortiori, le rapport d'un autre candidat ou candidate, que ce soit de l'année en cours ou des années précédentes.

Il est important de souligner que le travail en groupe est autorisé, à condition que la candidate ou le candidat maîtrise l'ensemble du contenu du rapport et mette en avant sa contribution personnelle.¹ En revanche, le plagiat est strictement interdit et entraîne l'exclusion de la candidate ou du candidat.² **Le rapport n'est pas évalué directement, mais permet au jury de préparer l'entretien et constitue le support pour l'épreuve orale.** Par conséquent, il est inutile, voire nuisible, de présenter des textes très longs que le jury ne pourra pas analyser

¹Il est attendu dans ce cas que chacun présente un rapport différent, et qu'il y signale le travail en groupe, en précisant le nom des autres membres du groupe.

²Il est donc préférable de rendre un rapport vide, ce qui entraînera un 0 à l'épreuve, plutôt que de plagier une partie du rapport.

correctement, ou d'ajouter des annexes excessives. À plus forte raison, les pièces supplémentaires présentées le jour de l'épreuve ne seront pas prises en considération. En résumé, le rapport n'a pas vocation à être un catalogue exhaustif des connaissances sur un sujet donné, et l'exercice consiste à sélectionner certains aspects pertinents pour le rapport.

L'oral dure 40 minutes. La candidate ou le candidat est d'abord invité à présenter son travail, en abordant rapidement le contenu mathématique. Elle ou il peut choisir de présenter son travail soit au tableau, soit avec des diapositives projetées. Dans ce dernier cas, le fichier de présentation doit être au format PDF et placé sur une clé USB que la candidate ou le candidat doit apporter. Elle ou il peut également alterner entre une présentation au tableau et une présentation vidéoprojetée. Le jury aura sous les yeux le rapport de la candidate ou du candidat. **Nous tenons à mentionner que la candidate ou le candidat peut s'appuyer sur son rapport ou sur des notes, à condition de ne pas les garder constamment en main.** Elle ou il peut les étaler sur la table et s'y référer autant de fois que nécessaire. Un ordinateur présent dans la salle d'oral et fourni par le service concours permet à la candidate ou au candidat de consulter son rapport si elle ou il le demande; la candidate ou le candidat a en revanche interdiction de consulter ses propres appareils électroniques.

Cet exposé introductif sert à entrer dans le vif du sujet. **Le jury peut rapidement interrompre la candidate ou le candidat pour vérifier sa compréhension des concepts utilisés en posant des questions précises, demandant des définitions formelles ou des idées de preuves, et en proposant des exercices courts en rapport avec le sujet traité.**

La candidate ou le candidat ne doit pas s'inquiéter si elle ou il n'a eu le temps de présenter qu'une petite partie du plan prévu à la fin de l'épreuve, ni si le jury a concentré ses questions sur un point particulier. Elle ou il ne doit pas non plus essayer de rester strictement collé à son rapport. Lors des questions, la candidate ou le candidat ne doit pas hésiter à montrer ses raisonnements, même s'ils ne sont pas complets, et à engager des échanges avec le jury.

2 Critères d'évaluation.

L'épreuve de TIPE de mathématiques est avant tout une épreuve de mathématiques. Le premier critère d'évaluation est donc la maîtrise du contenu mathématique de l'étude ainsi que celle du programme de MP. Bien que comportant une partie écrite (le rapport) qui doit avoir un contenu mathématique sérieux, le TIPE de mathématiques est une épreuve orale et c'est principalement la discussion entre la candidate ou le candidat et le jury qui est prise en compte dans la note finale. Il ne faut donc pas hésiter à se montrer dynamique et réactif lors des échanges avec le jury. Il est important de mentionner que l'originalité du thème et du point de vue seront pris en compte.

Les sujets pluridisciplinaires sont les bienvenus, tout comme les considérations d'ordre empirique et expérimental, ou les implémentations informatiques, mais la candidate ou le candidat doit être à même de les relier à une analyse mathématique rigoureuse. **Le jury souhaite trouver des énoncés mathématiques précis sur lesquels il pourra baser ses questions. La candidate ou le candidat doit pouvoir commenter, illustrer sa compréhension, et présenter la preuve, d'au moins un résultat mathématique.** Nous soulignons également que le soin apporté à d'autres éléments du rapport ne peut en aucun cas compenser une insuffisance de contenu mathématique. Il est particulièrement important que la candidate ou le candidat choisisse soigneusement la discipline dans laquelle elle ou il présentera son TIPE (mathématiques, informatique ou physique), car cela conditionne le jury qui l'évaluera. Par exemple, un TIPE centré sur la programmation informatique d'un algorithme serait peut-être plus avantageusement présenté en informatique. Les jurys ne sont pas mixtes et le jury de mathématiques n'a pas vocation à évaluer des programmes informatiques. De même, il n'est pas suffisant de simplement présenter et citer des résultats sans explorer le contenu mathématique sous-jacent.

Soulignons que cette épreuve diffère de celle du TIPE tétra-concours. Enfin, nous rappelons aux candidates et candidats que les notes attribuées par le jury sont à comprendre dans le cadre

d'un concours de très haut niveau, de sorte qu'un travail personnel de qualité peut à l'occasion se voir attribuer une note inférieure à la moyenne - cela ne signifie pas que le jury dénigre le travail accompli, mais qu'il a été jugé vis à vis des productions des la candidates et candidats admissibles au concours des écoles normales supérieures.

3 Compétences attendues.

L'épreuve de TIPE a la particularité de permettre à la candidate ou au candidat de choisir le thème sur lequel elle ou il sera interrogé. En contrepartie, le jury attend une bonne compréhension de ce sujet et une maîtrise des outils mathématiques employés pour le traiter. Nous pensons qu'il est possible de trouver des thèmes riches et originaux sans s'éloigner beaucoup du programme de MP. Nous soulignons également l'importance de l'exposé en tant que tel : la clarté, la présentation et la pertinence des choix des parties présentées sont des éléments essentiels à prendre en compte.

La composante "initiative personnelle" en mathématiques peut être plus difficile à cerner qu'en informatique ou en physique. Si un programme informatique est présenté en annexe, la candidate ou le candidat doit pouvoir expliquer son fonctionnement, discuter du choix des structures de données, et calculer sa complexité. Rappelons toutefois qu'un tel programme, bien qu'il puisse enrichir le rapport, ne saurait en constituer le coeur. L'initiative personnelle doit plutôt correspondre à un questionnement constant de la candidate ou du candidat tout au long de la préparation de son TIPE en mathématiques. Pour chaque résultat introduit, la candidate ou le candidat doit être capable de fournir un exemple ou un contre-exemple, de vérifier son application dans un cas simple, de justifier la nécessité de toutes les hypothèses et d'évaluer la pertinence du résultat. La candidate ou le candidat doit également être capable, si on le lui demande, de réaliser une démonstration simple ou d'exposer les idées-clés sans entrer dans les détails. Il n'est bien sûr pas interdit d'admettre une démonstration, tant que cela est explicitement indiqué dans le rapport. Nous rappelons qu'une succession de définitions et de résultats sans preuve ne peut en aucun cas constituer un rapport satisfaisant.

4 Thèmes choisis.

Le thème de l'année était "Transition, transformation, conversion". En particulier, ce thème était connecté à plusieurs branches des mathématiques. Il est conseillé, dans la mesure du possible, de choisir un sujet s'inscrivant dans le thème de l'année. Cependant, le jury de mathématiques est conscient de la difficulté de suivre parfois le thème imposé et n'accorde que peu d'importance à ce lien dans l'évaluation du TIPE de la candidate ou du candidat. À titre d'exemple, voici quelques-uns des thèmes les plus fréquents dans lesquels s'inscrivent les sujets rencontrés cette année :

- Corps finis ;
- Fonctions holomorphes ;
- Homotopie, Groupe fondamental, Invariant de noeuds ;
- Marches aléatoires, Mélange de cartes ;
- Plan projectif, Dobble ;
- Quaternions ;
- Représentation linéaire de groupes, Groupes symétriques ;
- Spectre de graphes et Laplacien discret ;
- Test de primalité ;

- Théorème des nombres premiers, Fonction zeta, Progressions arithmétiques ;
- Théorème de Brouwer, Jeu de Hex ;
- Théorie de Galois ;
- Cryptographie, courbes elliptiques.
- Théorie des jeux, Min-max, Jeux combinatoires;
- Théorie de Ramsey.

Nous encourageons vivement les candidates et candidats à faire preuve d'originalité, par exemple en s'éloignant des thèmes susmentionnés ou, du moins, en évitant une présentation trop classique de ceux-ci. En plus de capter l'attention du jury, cela témoignera de l'indépendance de la démarche scientifique de la candidate ou du candidat. À l'inverse, lorsque le même thème réapparaît chez plusieurs candidates et candidats issus d'un même lycée, celles-ci et ceux-ci doivent **faire ressortir des contributions personnelles témoignant d'un travail indépendant, afin d'être évalués par le jury de manière appropriée.** Nous souhaitons également attirer l'attention sur le fait qu'une grande majorité des rapports se concentrent sur des problèmes d'algèbre, tandis que les sujets en probabilités et analyse sont sous-représentés. Nous encourageons donc les candidates et candidats à diversifier leurs sujets en explorant davantage ces domaines, afin d'éviter les répétitions de sujets et les présentations trop classiques.

5 Rapport et présentation.

Nous avons observé une grande hétérogénéité dans la qualité des rapports reçus. Il vaut mieux soumettre un rapport court, bien structuré, soigneusement relu et citant une bibliographie pertinente, plutôt qu'un rapport long, désorganisé et truffé d'erreurs ou de fautes typographiques. Bien que l'évaluation du TIPE soit fondée principalement sur l'oral, le rapport soumis conditionne le déroulement de cette épreuve, car il permet au jury de préparer les questions et les ouvertures qui permettront à la candidate ou au candidat de mettre en valeur sa compréhension du sujet étudié. En particulier, nous conseillons vivement aux candidates et candidats de se relire attentivement avant de soumettre leur rapport et de prêter une attention particulière à la bibliographie.

La même remarque s'applique aux présentations. Trop de candidates et candidats arrivent sans les avoir suffisamment préparées et proposent alors un exposé décousu, ponctué de blancs. Que la présentation soit faite au tableau ou par vidéoprojection, elle doit être bien réfléchie. En général, il est impossible de présenter tous les résultats contenus dans le rapport. Le choix des éléments à présenter doit donc être fait en amont.

Certaines candidates et certains candidats ont souhaité projeter leur rapport pour s'en servir comme présentation. Nous déconseillons fortement ce choix, car il en résulte un document peu lisible et mal adapté à la présentation. Par ailleurs, chaque membre du jury dispose déjà de ce document sur son propre écran, rendant la projection inutile. Nous insistons donc sur la différence entre le rapport (obligatoire), qui doit être téléversé sur le site du concours, et le diaporama (facultatif, l'alternative étant d'utiliser le tableau, ce qui est tout aussi valable) qui peut être projeté le jour de l'oral. Cette année, de nombreuses candidates et nombreux candidats ont choisi de présenter au tableau, ce qui a souvent donné lieu à de bons exposés.

Certaines candidates et certains candidats ont présenté un travail commun sur un sujet. Cela est tout à fait acceptable, à condition que cela soit mentionné explicitement. Cependant, il n'est pas acceptable que, lors des questions du jury sur un point du rapport ou de la présentation, la candidate ou le candidat déclare qu'elle ou il n'a pas traité cette partie personnellement. Si cela se produit, il est préférable que la candidate ou le candidat précise en amont qu'elle ou il cite le

travail d'un autre membre de l'équipe sans l'avoir approfondi. Nous rappelons qu'il est interdit pour des candidates et candidats différents de présenter le même rapport.

Finalement, comme mentionné précédemment, le plagiat d'un rapport d'une année précédente, d'une source bibliographique, ou d'un document disponible sur Internet est formellement interdit et entraîne l'exclusion de la candidate ou du candidat. Des logiciels anti-plagiat sont utilisés chaque année et plusieurs candidates et candidats ont été exclus du concours par le passé suite à des cas de plagiat. Nous mettons également en garde les candidates et candidats vis à vis des outils d'IA générative, qui sont connus pour "halluciner" des résultats mathématiques inexistantes, proposer des preuves contenant des erreurs subtiles indétectables par un ou une non-spécialiste, et en raison de l'impossibilité de les citer comme référence bibliographique.

Remarques finales.

Pour finir, nous tenons à remercier celles et ceux qui, par le recul qu'elles et qu'ils ont pris sur la question qu'elles et ils étudiaient, le niveau de leur travail et la qualité de leur exposé, nous ont donné l'occasion d'avoir un échange d'un réel intérêt scientifique.